

Российская Академия Наук
Институт философии

А.А.Ивин

**МОДАЛЬНЫЕ ТЕОРИИ
ЯНА ЛУКАСЕВИЧА**

Москва
2001

ББК 161.1
УДК 87.4
И-25

В авторской редакции

Рецензенты:

доктор филос. наук *А.С.Карпенко*
доктор филос. наук *В.Н.Переверзев*

И-25 **Ивин А.А.**
Модальные теории Яна Лукасевича. – М., 2001. –
176.

В книге исследуются модальные идеи и теории выдающегося логика XX века Я.Лукасевича. В первых двух главах анализируются две построенные им модальные логики (трехзначная и четырехзначная). В третьей главе предпринимается попытка развить и формализовать его интуитивные представления о детерминизме, истине и причинности. Книга, являющаяся первым в логической литературе исследованием данного аспекта творчества Лукасевича, содержит новые идеи и логические результаты, касающиеся широко понимаемой модальной логики, прогностических высказываний, онтологических модальностей, причинности, временной детерминации, каузального определения истины и др.

Предисловие

Начало логическому исследованию модальных понятий было положено Аристотелем. Описанная им модальная силлогистика энергично обсуждалась его учениками и комментаторами (Теофрастом, Евдемом, Александром Афродизийским и др.). Им удалось не только упростить ее и изложить яснее, но и выявить, что наряду с открытой Аристотелем модальной логикой терминов существует также более фундаментальная модальная логика высказываний.

Анализ логических связей модальных высказываний, образуемых с помощью таких шести «модусов», как «возможно», «невозможно», «случайно», «необходимо», «истинно» и «ложно», являлся одной из постоянных и важных тем средневековой логики.

Для логики Нового времени была характерна, однако, тенденция к поверхностной и в известной мере пренебрежительной трактовке модальностей: модальная силлогистика Аристотеля не поддавалась рациональной реконструкции, а результаты средневековой пропозициональной модальной логики были во многом забыты.

Эта тенденция сохранилась и в первый период развития современной (математической) логики (конец XIX – начало XX вв.).

Например, Б. Рассел полагал, что модальные понятия должны относиться не к высказываниям, имеющим определенное истинностное значение, но только к пропозициональным функциям. Деление высказываний на необходимые, возможные и невозможные не имеет ясного смысла и ведет философию к безнадежному смещению понятий, так как его сторонники не в состоянии указать, что добавляет понятие необходимости к понятию истины¹. Когда в 1912 г. К. Льюис обратил внимание на так называемые «парадоксы материальной импликации» и предложил первый вариант неклассической теории логического следования, в которой новое понятие строгой импликации определялось в терминах логической невозможности, Рассел обвинил Льюиса в некомпетентности в вопросах логики. Только на рубеже 20-х годов Льюисом и Лукасевичем были построены первые в современной логике *модальные логики*, рассматривавшие понятия необходимости, возможности, случайности т.п. Тем самым была возрождена тема модальностей, которой активно занимался еще Аристотель и средневековые логики.

В 20-е гг. начали складываться также *многозначная логика*, предполагающая, что высказывания являются не только истинными или ложными, но могут иметь и другие истинностные значе-

ния (Лукасевич, Э. Пост); *деонтическая логика*, изучающая логические связи нормативных высказываний (Э. Малли, К. Менгер) и др. Эти новые разделы логики не были непосредственно связаны с математикой и положили начало *неклассической логике*.

50-60-е гг. ознаменовались новым всплеском идей в модальной логике. В этот период сложилась *релевантная логика*, претендующая на более адекватное, чем даваемое классической логикой, описание логического следования (Р. Аккерман, А.Р. Андерсон, Н.Д. Белнап); *логика времени*, описывающая логические связи высказываний, у которых временной параметр включается в логическую формулу (А.Н. Прайор); *логика причинности* (А. Беркс); *логика предпочтений*, имеющая дело с понятиями «лучше», «равноценно», «хуже» (С. Халлден, Г.Х. фон Вригт); *логика абсолютных оценок*, исследующая логическую структуру и логические связи высказываний с «хорошо», «безразлично», «плохо», (А.А. Ивин); *логика изменения* (фон Вригт) и др.

Лукасевич был одним из первых авторов, систематически занимавшихся проблематикой модальной логики в рамках современной логики. Первой его работой, посвященной этой теме, являлась статья «О понятии возможности», опубликованная в 1920 г., то есть в то самое время, когда Льюисом была дана первая строгая формулировка его модальной системы $S3^2$.

В дальнейшем Лукасевич до конца своей жизни сохранял устойчивый интерес к модальной логике. В четырех последних его работах, написанных в начале 50-х годов, обсуждались именно вопросы, касающиеся построения адекватной логической теории модальностей и ее приложений в арифметике и истории логики. Само открытие Лукасевичем многозначной логики было связано — что он сам неоднократно отмечал³ — как раз с его размышлениями о модальных высказываниях.

Несмотря на то, что работы Лукасевича по модальной логике занимают значительное место в его творчестве, предложенные им модальные системы к настоящему времени исследованы слабо и даже сам общий его подход к построению теории модальностей пока не был предметом всестороннего анализа. Обсуждались лишь отдельные особенности модальных логик Лукасевича. Причиной этого является большое своеобразие как подхода Лукасевича к модальной логике, так и тех конкретных систем, которые явились реализацией этого подхода. Интересные идеи Лукасевича, касающиеся детерминизма, временного понятия истины, причинности почти не затрагивались и не связывались с широко понимаемой модальной логикой.

В настоящей работе (главы 1, 2) рассматриваются две модальные логики, построенные Лукасевичем: трехзначная логика 1920 г. и четырехзначная логика 1953 г. Основное внимание уделяется второй из них, так как первая самим Лукасевичем была признана неудовлетворительной и имеет в настоящее время с точки зрения модальной логики чисто исторический интерес. Нашей задачей является не только исследование технических деталей, связанных с модальными системами, но и выявление особенностей его подхода к построению модальной логики, тех содержательных предпосылок, которыми он руководствовался, строя свои модальные системы, сопоставление этих систем с другими современными логическими теориями модальностей и с исторической традицией.

Самостоятельной задачей (глава 3) является систематизация и развитие идей Лукасевича о детерминизме, истине и причинности и построение на этой основе логики детерминизма, каузального определения истины, логики причинности и теории онтологических модальностей.

* * *

Несколько слов о жизни и творчестве Лукасевича (1896-1956). Лукасевич обучался во Львове (1896-1900) под руководством основателя Львовско-Варшавской школы К. Твардовского. В 1915-1939 гг. Лукасевич — профессор философии в Варшавском университете. Дважды избирался ректором этого университета (1922-1923 и 1931-1932). После второй мировой войны эмигрировал в Ирландию, где был профессором математической логики в Королевской академии наук в Дублине.

В научном творчестве Лукасевича можно выделить два этапа: первый, «философский», приходится на 1902-1918 гг., второй, «логический», на 1918-1956 гг.⁴ Как философ, Лукасевич является сторонником научной философии, опирающейся на точные понятия и ясные методологические принципы, и вместе с тем не отказывающейся от классических философских проблем, в частности проблем причинности и детерминизма. Приверженность аналитической философии и неприязнь к философским спекуляциям Лукасевич сохраняет в течение всей своей научной деятельности. Вместе с тем он настаивает на восстановлении аристотелевской традиции в философии и с большим уважением относится к метафизике. «Борьба Юма, и Канта с метафизикой, — писал он в 1907 г., — не является борьбой с метафизикой. Ни Кант,

ни Юм *не знали*, что такое метафизика; их работы не указывают на то, что они заглядывали когда-нибудь в Аристотеля... Это не могло быть их виной; в философии Нового времени в какой-то момент было утрачено правильное понимание метафизики и за исключением, может быть, неосхоластов никто сегодня не отдает себе отчета, как следует понимать эту королеву наук»⁵. Нет свидетельств того, что Лукасевич, уже как логик, принципиально изменил свои философские воззрения. «Очевидно, он меньше верил в возможность научной метафизики, и определенно не считал, что ее удастся достичь путем обновления аристотелизма, — пишет Я. Воленский. — Вместо восхищения Аристотелем как метафизиком появилось восхищение Аристотелем как логиком»⁶. Воленский отмечает, что в Польше утвердилось мнение, что Львовско-Варшавская школа представляла собой вариант логического эмпиризма; против такой квалификации выступали ведущие представители этой школы — в том числе и Лукасевич.

В книге «О принципе противоречия у Аристотеля» (1910), посвященной прежде всего философии и истории философии, Лукасевич формулирует три истолкования закона противоречия: онтологическое (ни один предмет не может иметь некоторое свойство и не иметь его), логическое (противоречащие друг другу суждения не являются одновременно истинными) и психологическое (два утверждения, которым соответствуют противоречащие друг другу суждения, не могут вместе существовать в одном и том же уме). Первые два истолкования Лукасевич считает, вслед за Аристотелем, логически эквивалентными; психологический принцип противоречия не выводим, вопреки Аристотелю, из онтологического (или логического) и является слабо обоснованным и даже сомнительным эмпирическим законом. «Поскольку в применении к вещам принцип противоречия не удается доказать, хотя он и требует доказательства, это означает, что он не имеет логического значения. Тем не менее он обладает важной практически-этической ценностью, являясь единственной защитой от ошибок и лжи. Поэтому мы должны его принять»⁷. Отрицание Лукасевичем самоочевидности логического закона противоречия оказало позднее влияние на формирование идей *паранепротиворечивой логики*, не содержащей этого закона и не позволяющей выводить из противоречия все что угодно⁸.

Наиболее важным достижением Лукасевича является открытие *многозначной логики*. Размышляя над проблемами детерминизма и свободы воли, он приходит к заключению, что в основе клас-

сической (двузначной) логики лежат принципы, предполагающие строгий детерминизм. По мысли Лукасевича, высказывания о будущих случайных событиях в момент их произнесения не являются ни истинными, ни ложными, они только возможны, то есть имеют третье логическое значение. В 1918 г. Лукасевич описывает трехзначную логику, затем обобщает ее до логики с произвольным, но конечным числом значений и, наконец, предлагает бесконечнозначную многозначную логику.

В 1920 г. Лукасевич указывает, что ни один из функторов классической логики высказываний нельзя интерпретировать как возможность и истолковывает свою трехзначную логику как модальную систему⁹.

В 1927 г. Лукасевич показывает, что стоики явились создателями логики высказываний, и намечает общую программу исследований в области истории логики. Суть этой программы сводится к тому, что вся история логики должна быть пересмотрена с точки зрения современной логики, дающей ключ к адекватному пониманию прошлого и аппарат для реконструкции старых идей. Эффективность этого подхода была продемонстрирована самим Лукасевичем на примере формализации логики Аристотеля¹⁰. В дальнейшем в русле данного подхода была постепенно пересмотрена вся история логики¹¹. Это позволило увидеть, например, зачатки логики времени в античной логике, а деонтической логики — в средневековой логике.

Лукасевичу принадлежат также многие другие интересные логические результаты. Он ввел бесскобочную логическую символику, названную его именем. Предложил ряд оригинальных аксиоматизаций классического исчисления высказываний, в том числе аксиоматизации с единственной аксиомой, с набором самых коротких аксиом и др. Исследовал частичные исчисления высказываний. Сформулировал исчисление высказываний с переменными функторами и дал на его основе элегантную формализацию интуиционистской логики.

XX век был наиболее продуктивным во всей, более чем двухтысячелетней истории логики. Имя Лукасевича стоит в ряду таких блестящих логиков этого века, как Б. Рассел, К. Гёдель, А. Тарский, К. Льюис, А. Чёрч, У. Куайн и др.

ГЛАВА 1 ТРЕХЗНАЧНАЯ МОДАЛЬНАЯ ЛОГИКА

1.1. Две задачи построения модальной логики

Интерес К. Льюиса к модальным понятиям был связан прежде всего с анализом определенных «парадоксальных» утверждений классической логики высказываний, не согласующихся с обычным смыслом слова «импликация». Естественной реакцией на системы, содержащие «парадоксы», была попытка сформулировать логику, в которой «имплицирует» использовалось бы в смысле, более близком к привычному. Первой такой логикой явились системы строгой импликации, в которой имплицативное отношение двух высказываний p и q вводилось в качестве сокращения выражения «невозможно p и не- q ».

Таким образом, модальности были введены Льюисом в связи со специальной целью построения теории необходимой, или строгой, импликации, логические законы которой находились бы в лучшем соответствии с понятием импликации как отношения, оправдывающего выводимость. Сам Льюис таким образом характеризовал стоящую перед ним цель: «... наша задача — развить исчисление, основывающееся на таком значении понятия «имплицирует», в случае которого выражение « p имплицирует q » было бы синонимично с выражением « p дедуцируемо из q ». Отношение материальной импликации, фигурирующее в большинстве логических исчислений высказываний, не согласуется с этим обычным значением «имплицирует». Оно ведет к таким парадоксам, как «ложное высказывание имплицирует каждое высказывание» и «истинное высказывание имплицируется любым высказыванием». С другой стороны, если мы принимаем, что « p совместимо с q » означает « p не имплицирует

ложность q » и « q независимо от p » означает « p не имплицирует q », то в соответствии с теорией материальной импликации никакие два высказывания не могут быть одновременно совместимыми и независимыми. Как мы увидим, вполне возможно построить такое исчисление высказываний, которое находится в согласии с обычным значением слова «имплицирует» и включает отношение совместимости, обладающее обычными свойствами»¹².

Стоящая перед Льюисом задача усовершенствования импlicative отношения определила характер его подхода к модальным понятиям. До его работ модальности использовались для выражения онтологических понятий, для проведения различия между необходимыми законами и фактическими данными, миром возможностей и действительным миром и т.д., они понимались как способ, каким нечто существует или происходит. Льюис принял во внимание только один из тех смыслов, которые присущи модальным понятиям в обычном языке, а именно их логический смысл. Построенные им теории логических модальностей в дальнейшем приобрели самостоятельный интерес, не связанный с описанием строгой импликации, и были детально исследованы. Отвлекаясь от различий в трактовке этих модальностей, можно сказать, что высказывание логически возможно, если оно не является внутренне противоречивым, и высказывание логически необходимо, если его отрицание логически невозможно¹³.

Лукасевича парадоксы материальной импликации никогда не интересовали, и он никогда не связывал построение модальной логики с задачей создания непарадоксальной импликации. Исследование модальных понятий имеет, по мысли Лукасевича, самостоятельный интерес, обусловленный тем, что они выполняют специфические функции в процессе познания и не могут быть замещены никакими иными понятиями. «Модальная логика, — писал он, — важна как теория возможности. Существуют истинные проблематические высказывания, которые не могли бы быть истинными в качестве ассерторических высказываний. Имеются другие истинные высказывания, которые не могут быть доказаны без введения возможности. Высказывания обоих этих видов расширяют наше знание, выводя его за пределы множества тех истин, которые могут быть получены с помощью немодальной логики»¹⁴.

2.1. Требования к модальной логике

Под модальными высказываниями Лукасевич понимает высказывания, имеющие одну из следующих форм:

- (1) возможно, что p — символически: Mp ,
- (2) невозможно, что p — $\sim Mp$,
- (3) возможно, что $не-p$ — $M\sim p$,
- (4) невозможно, что $не-p$ — $\sim M\sim p$
(необходимо, что p),

M соответствует словам «возможно, что», p означает некоторое высказывание¹⁵.

Лукасевич выделяет три группы утверждений, касающихся модальных высказываний и имеющих большую историческую традицию. К первой из них относятся хорошо известные из истории логики утверждения:

- (a) *Ab oportere ad esse valet consequentia* (Правильно заключать от должного к тому, что есть),
- (b) *Ab esse ad posse valet consequentia* (Правильно заключать от того, что есть, к возможному),
- (c) *Ab non posse ad non esse valet consequentia* (Правильно заключать от невозможного к несуществующему).

В качестве типичного представителя первой группы Лукасевич избирает утверждение:

I. Если невозможно, что p , то $не-p$, $\sim Mp \supset \sim p$.

Ко второй группе относится менее известное, но представляющееся Лукасевичу совершенно очевидным положение Лейбница:

(d) *Unumquodque, quando est, oportet esse* (Все, что бы то ни было, когда оно существует, является необходимым).

Это положение нелегко истолковать правильно. Встречающееся в нем слово «quando» является не условной, а временной частицей. Лукасевич думает, однако, что временная форма переходит в условную, когда в высказываниях, содержащих ссылку на время, указание времени включается в содержание высказываний. Основываясь на этом, он в качестве типичного представителя второй группы модальных утверждений, включающей положение Лейбница и связанные с ним положения, избирает условное высказывание:

II. Если предполагается, что $не-p$, то (в силу этого положения) невозможно, что p ; $\sim p \supset \sim Mp$.

Например, то, что я сегодня вечером буду дома, не необходимо; но *если*, однако, я действительно нахожусь вечером дома, то при этом предположении *необходимо*, что сегодня вечером я дома. Другой пример: *если* случилось (в какой-то момент *t*) так, что у меня нет какой-то вещи, то невозможно, чтобы (в этот же момент *t*) у меня она была.

Эти приводимые Лукасевичем примеры не особенно ясны, так как они не раскрывают ни того, какой смысл имеют слова «необходимо» и «невозможно» в контексте высказываний, содержащих ссылку на время, ни того, как от таких высказываний можно было бы перейти к условным высказываниям, истинностное значение которых не зависело бы от времени их употребления.

Третья группа включает утверждение, основывающееся на аристотелевском понятии «двусторонней» возможности. Согласно Аристотелю, некоторые вещи таковы, что могут быть, но могут и не быть. Например, возможно, что плащ будет разрезан на куски, но может быть также, что он не будет разрезан. Понятие двусторонней возможности глубоко укоренено в повседневном мышлении и речи.

Третье утверждение Лукасевича говорит о существовании истинных двусторонне возможных высказываний:

III. Для некоторого p : возможно, что p , и возможно, что $не-p$;
($\exists p$)($Mp \ \& \ M\sim p$).

3.1. Многозначный характер модальной логики

По мысли Лукасевича, утверждения I-III должны быть теоремами всякой логической теории модальностей и их доказуемость является одним из критериев правильности такой теории.

Однако присоединение первых двух утверждений к двузначной логике высказываний ведет к тому, что оказываются эквивалентными друг другу высказывания « p », «возможно, что p », «невозможно, что $не-p$ », с одной стороны, и высказывания « $не-p$ », «возможно, что $не-p$ », «невозможно, что p », с другой. В результате понятия возможности и необходимости становятся излишними. К этому явно нежелательному следствию приводит принятая символическая формулировка утверждения II. Лукасевичу кажется, однако, что в терминах пропозициональной логики, дополненной понятиями «возможно» и «необходимо» это утверждение нельзя выразить удачей.

С другой стороны, утверждение III вместе с тезисом прототетики, справедливым для всех одноаргументных функторов классической логики высказываний:

$$\varphi p \ \& \ \varphi \sim p \supset \varphi q,$$

(φ является одноаргументным переменным функтором) дает следствие Mp . Оно опять-таки неприемлемо, но данное утверждение нельзя выразить на языке расширенной двузначной логики.

И наконец, одновременное принятие утверждений II и III ведет к противоречию: если бы в соответствии с III оказались для некоторого высказывания α истинными выражения $M\alpha$ и $M\sim\alpha$, то в силу выводимых из II формул $M\alpha \supset \alpha$ и $M\alpha$ были бы истинными также высказывания α и $\sim\alpha$.

Таким образом, если принять утверждение II, надо отбросить утверждение III и согласиться с вырождением модальной логики в немодальную; если принять III, необходимо отбросить II и принять в качестве следствия Mp . В этой несовместимости двух традиционных утверждений о модальных высказываниях нет ничего удивительного. В двузначной логике, к которой они присоединяются, имеются только четыре одноаргументных функции, ни одна из которых не удовлетворяет ограничениям, накладываемым на функтор M традиционными утверждениями.

Этот результат приводит Лукасевича к мысли, что классическая двузначная логика не может быть основанием для модальной логики. Построение последней требует отказа от принципа двузначности («каждое высказывание является либо истинным, либо ложным») и введения наряду с истинными и ложными высказываниями также высказываний, имеющих некоторое третье значение, отличное от истины и лжи. Необходима, иными словами, замена двузначной логики неклассической трехзначной логикой.

Эти рассуждения, призванные показать неудовлетворительность двузначной логики высказываний в качестве основания модальной логики, Лукасевич поддерживает таким примером. Очевидно, что мое пребывание в Варшаве в полдень 21 декабря будущего года не является сегодня определенным ни в позитивном, ни в негативном смысле. Возможно, но не необходимо, что в указанное время я буду в Варшаве. Поэтому, высказывание «Я буду в Варшаве в полдень 21 декабря будущего года» не является сейчас ни истинным, ни ложным. Если бы оно сейчас было истинно, мое будущее пребывание в Варшаве было бы необходимым, что противоречит исходному допущению; если бы это выс-

казывание было сегодня ложным, мое пребывание в будущем в Варшаве было бы невозможным, что опять-таки не согласуется с естественным начальным допущением. Рассматриваемое высказывание не может быть сегодня ни истинным, ни ложным, оно должно иметь сегодня некоторое третье, промежуточное между истиной и ложью значение. Его Лукасевич обозначает через $1/2$ и именует «возможностью».

4.1. Модальности в трехзначной логике

В качестве исходных терминов трехзначной логики Лукасевич избирает импликацию и отрицание, определяемые следующей матрицей (выделенное значение – 1):

\supset	0	1/2	1	\sim
0	1	1	1	1
1/2	1/2	1	1	1/2
*1	0	1/2	1	0

На базе этой логики Лукасевич пытается сконструировать такое определение возможности, которое позволило бы обосновать все традиционные утверждения, касающиеся модальных высказываний.

В начале Лукасевич вводил понятие «чистой» возможности, определявшееся в терминах трехзначных пропозициональных связок таким образом:

$$Mp =_{df} (p \equiv \sim p) \vee (\forall q) \sim (p \supset q \ \& \ \sim q).$$

В соответствии с этим определением выражение «возможно, что p » означает «или высказывание p эквивалентно своему отрицанию, или не существует такой пары противоречащих друг другу высказываний, которая вытекала бы из p ».

Указанное определение является не особенно естественным. Более очевидным Лукасевичу кажется связанное с ним определение невозможности:

$$\sim Mp =_{df} \sim (p \equiv \sim p) \ \& \ (\exists q)(p \supset q \ \& \ \sim q),$$

«высказывание p невозможно, если и только если оно не эквивалентно своему отрицанию и влечет некоторое противоречие». Матрица для чистой возможности:

p	0	1/2	1
Mp	0	1	1/2

Используя эту матрицу, нетрудно убедиться, что ни из одного из высказываний « α » и «невозможно α » не выводимо высказывание «возможно α ».

В дальнейшем Лукасевич вместо понятия чистой возможности, не вытекающей ни из истинности, ни из необходимости, стал использовать более общее понятие возможности, находящееся в большем соответствии с условиями, выраженными утверждениями I-III.

Предложенное А. Тарским и принятое Лукасевичем определение возможности таково:

$$Mp =_{df} \sim p \supset p^{16}.$$

В двузначной логике выражение $\sim p \supset p$ эквивалентно p . В трехзначной логике импликация

$$(\sim p \supset p) \supset p$$

не является тавтологией и приведенное определение можно истолковать таким образом: если удастся вывести некоторое высказывание из его отрицания, то это высказывание определенно не является ложным и, значит, не является также невозможным. Сходным образом, определение необходимости:

$$\sim M \sim p =_{df} \sim (p \supset \sim p)$$

можно передать так: высказывание необходимо в том и только том случае, когда оно не влечет свое собственное отрицание.

5.1. Аксиоматизация трехзначной логики

Трехзначная логика Лукасевича, заданная им матричным способом, была позднее аксиоматизирована М. Вайсбергом, который принял в качестве аксиом следующие выражения

$$(p \supset q) \supset (q \supset r \supset . p \supset r),$$

$$p \supset ((\sim p \supset p) \supset p),$$

$$p \supset (q \supset p),$$

$$\sim p \supset (\sim q \supset . q \supset p)^{17}.$$

Правилами вывода являются правило подстановки и правило от деления для трехзначной импликации.

Трехзначная логика, определенная Лукасевичем матричным методом и аксиоматизированная Вайсбергом, неполна: в ней не определены все функции от одного аргумента и все функции от двух аргументов. Е. Слупецкий показал, что для получения функционально полной трехзначной системы к имеющимся в ней импликации и отрицанию достаточно присоединить функцию T , определимую следующей матрицей:

p	0	1/2	1
Tr	2	2	2

При аксиоматическом построении трехзначной логики к аксиомам Вайсберга должны быть присоединены две аксиомы, включающие T :

$$\begin{aligned} Tr &\supset \sim Tr, \\ \sim Tr &\supset Tr. \end{aligned}$$

В 1938 г. на конференции в Цюрихе, посвященной основаниям и методам математики, Лукасевич сделал доклад «Логика и проблема обоснования математики». В нем он указал, что полная трехзначная логика может быть аксиоматизирована путем присоединения к аксиомам для импликации и отрицания следующих четырех аксиом, включающих возможность:

$$\begin{aligned} \sim Mp &\supset (\sim Mp \supset \sim p), \\ \sim M \sim p &\supset (\sim M \sim p \supset p), \\ Mp &\supset (Mp \supset M \sim p), \\ (p \supset q) &\supset ((\sim p \supset q) \supset ((Mp \supset q) \supset q)). \end{aligned}$$

Касаюсь в этом докладе вопроса об интуитивной приемлемости теорем трехзначной логики, Лукасевич отметил, в частности, что эта система имеет интуитивную интерпретацию. Однако, согласующаяся с интуицией интерпретация всех функторов, определенных в данной системе, невозможна. Их число (3^9) слишком велико, чтобы в обычном языке нашлись выражения, соответствующие каждому из них. Это относится, между прочим, и к двузначной логике. Невозможность выражения (в обычном языке) части — даже большей части — возможных функций не является, следовательно, аргументом против интуитивного характера системы¹⁸.

Импликация $p \supset q$ трехзначной логики эквивалентна выражению

$$(\sim p \vee q) \vee M(\sim p \& q),$$

интуитивный смысл которого трудно уловим. В связи с этим имеют определенный смысл поиски такой системы аксиом этой логики, в которую входили бы в качестве исходных терминов дизъюнкция (конъюнкция), отрицание и один из модальных функторов. Предположение, что при аксиоматизации трехзначной логики Лукасевича вместо импликации и отрицания может использоваться любая из следующих триплетов функций: \vee, \sim, L ; \vee, \sim, M ; $\&, \sim, L$; $\&, \sim, M$, было высказано Е. Слупецким. Он же показал, что всем этим функциям можно дать «интуитивную интерпретацию»¹⁹.

В аксиоматизации указанного типа, предложенной Г. Брылем и Т. Пруцналем²⁰, правилами вывода являются правило подстановки и правило «отделения»: если $\sim L\alpha \vee \beta$ и α , то β . Для упрощения аксиом в качестве сокращения выражения $\sim L\alpha \vee \beta$ вводится функция $p \rightarrow q$, имеющая матрицу следующей формы:

\rightarrow	0	1/2	1
0	1	1	1
1/2	1	1	1
*1	0	1/2	1

Аксиомами являются утверждения:

1. $((p \rightarrow q) \rightarrow r) \rightarrow (r \rightarrow p \rightarrow. s \rightarrow p)$,
2. $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \vee q \rightarrow q)$,
3. $p \rightarrow p \vee q$,
4. $p \rightarrow q \vee p$,
5. $p \rightarrow \sim \sim p$,
6. $\sim \sim p \rightarrow p$,
7. $\sim(p \vee q) \rightarrow \sim p$,
8. $\sim(p \vee q) \rightarrow \sim q$,
9. $\sim p \rightarrow (\sim q \rightarrow \sim(p \vee q))$,
10. $Lp \rightarrow p$,
11. $\sim L \sim(p \vee \sim p)$,
12. $Lp \vee \sim Lp$.

Каждая теорема этой аксиоматической системы является тавтологией трехзначной логики, определяемой матрицей

\vee	0	1/2	1	L	\sim
0	0	1/2	1	0	0
1/2	1/2	1/2	1	0	1/2
*1	1	1	1	1	1

и каждая формула, являющаяся тавтологией в соответствии с этой матрицей, доказуема в данной системе.

6.1. «Интуитивная интерпретация» Е. Слупецкого

И самим Лукасевичем, и рядом других авторов неоднократно предпринимались попытки найти интуитивно убедительную интерпретацию первой трехзначной логики.

Особый интерес в этой связи представляет работа Е. Слупецкого «Попытка интуитивной интерпретации трехзначной логики Лукасевича» (1964)²¹. В ней выявляются все те допущения, которые необходимы для обоснования отношений между логическим значением сложного высказывания этой логики и логическими значениями его аргументов. В своем анализе Слупецкий опирается на идеи самого Лукасевича и прежде всего на его идеи, касающиеся причинности и детерминации. Можно сказать, что интерпретация, данная Слупецким трехзначной логике, не только находится в согласии с теми рассуждениями Лукасевича, которые привели его к отказу от принципа двузначности, но и является одной из наиболее обоснованных интерпретаций в рамках многозначной логики.

Слупецкий начинает с ряда допущений, касающихся событий. Все события делятся на прошлые, настоящие и будущие. Прошлые и настоящие события обозначаются переменными $f, f_1, \dots, g, g_1, \dots$. Предполагается, что в случае каждых двух событий существуют события, являющиеся их суммой и произведением, и что для всякого события имеется противоположное событие, наступ-

ление которого равносильно отсутствию рассматриваемого события. Допускается также, что определенные над событиями операции сложения, умножения и дополнения, обозначаемые символами $+$, \bullet и $'$, удовлетворяют аксиомам булевой алгебры.

В качестве исходных Слупецкий избирает выражения «событие f является причиной события f_1 » и «высказывание p описывает событие f », символически:

$$\begin{aligned} f \parallel &\rightarrow f_1, \\ p &*f. \end{aligned}$$

Он подчеркивает, что в его задачу не входит строгое определение понятия события и каузального отношения, и ограничивается указанием только некоторых их свойств. Им принимаются следующие аксиомы, характеризующие события и причинные отношения между ними:

- C1. $(\forall p)(\exists f)(p * f)$,
- C2. $(p * f) \& (p_1 * f_1) \supset (App_1 * (f + f_1))$,
- C3. $(p * f) \& (p_1 * f_1) \supset (Kpp_1 * (f \bullet f_1))$,
- C4. $(p * f) \supset (Np * f')$,
- C5. $(f \parallel \rightarrow f_1 + f_2) \equiv (f \parallel \rightarrow f_1) \vee (f \parallel \rightarrow f_2)$,
- C6. $(f \parallel \rightarrow f_1 \bullet f_2) \equiv (f \parallel \rightarrow f_1) \& (f \parallel \rightarrow f_2)$,
- C7. $(\exists f)(f \parallel \rightarrow f_1) \supset \sim (\exists f)(f \parallel \rightarrow f_1')$,
- C8. $(f_1 \parallel \rightarrow f) \supset (f_1 \bullet f_2 \parallel \rightarrow f)$,
- C9. $(f_1 = f_2) \& (f_1 \parallel \rightarrow f) \supset (f_2 \parallel \rightarrow f)$.

Встречающиеся в этих и дальнейших утверждениях символы $\&$, \vee , \supset , \equiv , \sim принадлежат двузначной логике высказываний: «методологические рассуждения основываются, как и обычно, на классической логике»²². Буквы A , K и N являются символами дизъюнкции, конъюнкции и отрицания трехзначной логики Лукасевича (при записи выражений внутри этой логики используется бесскобочная символика).

Утверждение C1 указывает, что область определения пропозициональных переменных p , p_1 , p_2 , ... ограничена высказываниями, описывающими события. В соответствии с C2 трехзначная дизъюнкция двух высказываний описывает сумму двух событий, если эти события описываются входящими в дизъюнкцию высказываниями. Следующие два утверждения имеют аналогичные значения. C4 устанавливает, в частности, что если высказывание p описывает событие f , то трехзначное отрицание этого высказывания описывает дополнение события f .

Согласно *C5* и *C6* некоторое событие является причиной суммы двух событий, если и только если оно является причиной хотя бы одного из них, и некоторое событие есть причина произведения двух событий, если и только если оно причина каждого из них. *C7* утверждает, что наличие причины определенного события исключает существование причины противоположного события. В соответствии с *C8* если событие f_1 есть причина события f , то произведение события f_1 и произвольного события f_2 также является причиной события f . Иными словами, *C8* указывает, что под «причиной» имеется в виду полная или необходимая причина, в любых условиях («неотвратимо») вызывающая свое следствие и отличающаяся от неполной причины, способной вызывать определенное следствие только при наличии дополнительных условий. Утверждение *C9* является законом экстенциональности для каузального отношения.

В терминах каузального отношения и отношения описания события высказыванием Слупецкий определяет целый ряд других понятий, и в частности понятие детерминированности события:

- Df1.* $D(f) \equiv (\exists p)(p \parallel \rightarrow f)$,
Df2. $\bar{D}(f) \equiv \sim D(f) \ \& \ \sim D(f')$,
Df3. $(p * f) \supset (I(p) \equiv D(f))$,
Df4. $(p * f) \supset (O(p) \equiv D(f'))$,
Df5. $(p * f) \supset (I/2(p) \equiv \sim D(f))$.

Выражение $I(p)$ означает «высказывание « p » истинно», $O(p)$ означает «высказывание « p » ложно», $I/2(p)$ означает «высказывание « p » имеет некоторое третье логическое значение (промежуточное между истиной и ложью)». Некоторое событие детерминировано в том и только том случае, если существует прошлое или настоящее событие, являющееся его причиной (*Df1*). Недетерминированное событие таково, что среди прошлых и настоящих событий нет причины ни для него, ни для противоположного ему события (*Df2*). Согласно *Df3*-*Df5* к истинным относятся высказывания, описывающие события, имеющие причину в прошлом или настоящем, к ложным — высказывания о событиях, для которых верно, что детерминированы противоположные им события, и к возможным — высказывания о недетерминированных событиях, т.е. о событиях, в случае которых не имеется ни причины для их наступления, ни причины для их отсутствия.

Используя утверждения *C1-C9* и указанные определения, можно доказать теоремы типа:

$$\begin{aligned} I(App_i) &\equiv I(p) \vee I(p_i), \\ 0(App_i) &\equiv 0(p) \& 0(p_i), \\ 1/2(App_i) &\equiv (1/2(p) \& 0(p_i)) \vee (1/2(p_i) \& 0(p)) \vee (1/2(p) \& 1/2(p_i)), \\ 1/2(Kpp_i) &\equiv (1/2(p) \& I(p_i)) \vee (1/2(p_i) \& I(p)) \vee (1/2(p) \& 1/2(p_i)), \\ I(Np) &\equiv 0(p), \\ 1/2(Np) &\equiv 1/2(p). \end{aligned}$$

Они определяют в совокупности матрицы для дизъюнкции, конъюнкции и отрицания, совпадающие с соответствующими матрицами трехзначной логики Лукасевича.

В формулировке Лукасевича исходными терминами трехзначной логики являются импликация и отрицание, через них определяются дизъюнкция, конъюнкция и модальные функторы. Трехзначная импликация не определима, однако, в системе, включающей только функторы *A*, *K* и *N*. Для получения трехзначной логики Лукасевича необходимо дополнить систему, содержащую *A* и *N* (или *K* и *N*), модальными терминами. С этой целью к утверждениям *C1-C9* Слупецкий добавляет следующие утверждения, характеризующие модальные функторы:

$$\begin{aligned} C10. \quad &(p * f) \supset (I(Lp) \equiv D(f)), \\ C11. \quad &(p * f) \supset (0(Lp) \equiv \sim D(f)), \\ C12. \quad &(p * f) \supset (I(Mp) \equiv \sim D(f')), \\ C13. \quad &(p * f) \supset (0(Mp) \equiv D(f')), \end{aligned}$$

Из этих утверждений выводимы теоремы:

$$\begin{aligned} I(Lp) &\equiv I(p), \\ 0(Lp) &\equiv (0(p) \vee 1/2(p)) \& \sim(0(p) \& 1/2(p)), \\ I(Mp) &\equiv (I(p) \vee 1/2(p)) \& \sim(I(p) \& 1/2(p)), \\ 0(Mp) &\equiv 0(p), \end{aligned}$$

определяющие в совокупности матрицы для модальных функторов, идентичные с трехзначными матрицами Лукасевича для этих функторов.

7.1. Модальная логика и многозначная логика

Трехзначной логике Лукасевича посвящено очень большое число работ²³. И вместе с тем в логической литературе почти нет работ, в которых исследовались бы модальные функции, определяемые в этой трехзначной логике. Этот несколько странный факт объясняется, на наш взгляд, несколькими обстоятельствами.

Прежде всего, первая модальная логика Лукасевича основывается на неклассической логике высказываний, что существенно затрудняет ее сопоставление с модальными системами Льюиса, являющимися расширениями двузначной пропозициональной логики. Это сопоставление оказывается непростым делом и в силу того, что модальные понятия трехзначной логики имеют очень своеобразный смысл и используются для необычной цели. Льюисом исследовались логические модальности и само исследование проводилось с явным намерением использовать его результаты при анализе понятия логического следования. Интерес Лукасевича к модальным понятиям был связан прежде всего с использованием их в *прогностических* высказываниях, то есть высказываниях, говорящих о существовании или несуществовании определенных будущих событий. Сопоставление модальных систем, исходные понятия которых столь различны, требует, конечно, крайней осторожности и не может ограничиваться выяснением чисто формальных аспектов взаимоотношения таких систем.

До сравнительно недавних пор модальная логика занималась преимущественно исследованием логических модальностей и тех систем, которые, подобно системам Льюиса, дают описание их формальных свойств. Трехзначная модальная логика Лукасевича, ориентирующаяся на описание других свойств или функций модальных понятий, оказалась в силу этого несколько в стороне от основной линии развития модальной логики. В последнее время в модальной логике наряду с теорией логических модальных понятий возник, однако, целый ряд разделов, занимающихся понятиями иных видов, и в частности, временными модальными понятиями, близкими по своему содержательному смыслу модальностям трехзначной логики Лукасевича. Можно предположить, что исследование нелогических модальностей будет стимулировать интерес к первой модальной логике Лукасевича и в особенности к тем содержательным рассуждениям, которые привели Лукасевича к ее построению.

Неисследованность трехзначной модальной логики в значительной мере объясняется также тем, что она не дает адекватного описания формальных свойств модальных понятий и интересна главным образом только как первый шаг на пути к такому описанию. Принимаемые в ней определения модальных понятий не вполне естественны, получаемые с их помощью утверждения не имеют, как правило, ясного смысла.

Чтобы убедиться в этом, достаточно рассмотреть предложенную Лукасевичем аксиоматизацию полной трехзначной логики, включающую аксиомы для понятия возможности. Ни одна из этих четырех аксиом не выражает ясной и интуитивно приемлемой идеи о возможности, и естественно, что и следствия данных аксиом также не отличаются ясностью.

Не является ясной и проблема интерпретации трехзначной модальной логики. Лукасевич утверждает, что всякая модальная система должна быть многозначной. Помимо истины и лжи он вводит еще одно дополнительное значение истинности — возможность, определяя возможное высказывание как высказывание не являющееся в настоящий момент ни истинным, ни ложным.

Но возможность, необходимость и невозможность не могут служить альтернативами для истины и лжи. Всякое высказывание, независимо от того, какой является его модальная характеристика, является истинным или ложным. Если высказывание необходимо, то оно истинно, если высказывание возможно, то оно может быть истинным и может быть ложным, но оно опять-таки имеет определенное истинностное значение. Кажется поэтому, что характеристики высказываний с помощью двух или большего числа значений истинности и характеристики высказываний с помощью модальных понятий являются двумя принципиально разными типами характеристик, смешиваемыми в том случае, когда для развития модальной логики используется многозначное исчисление.

На эту неясность в истолковании выражений «возможно, что p » и «высказывание « p » имеет промежуточное между истиной и ложью истинностное значение» обращали внимание многие авторы. Т. Котарбинский, в частности, писал: «Довольно загадочной остается и проблема интерпретации как знака половинчатости (а также других знаков «логических значений» в n -значных системах), так и существующего в системе Лукасевича фактора M , читающегося «возможно, что». Ведь именно он должен вводить понятие возможности в исчисление высказываний, но, с другой стороны, и знак половинчатости тоже должен говорить о какой-то «возможности» высказывания, логическим значением которого он является. Более того, Лукасевич, по крайней мере в период создания системы, считал, что представляют интерес два допущения: либо возможность не подлежит градации, и в таком случае жизненной является трехзначная логика, либо возможность подлежит градации на бесконечное количество степеней, и тогда жизненной является бесконечнозначная логика. Понимае-

мые таким образом логические значения являлись бы определенными мерами возможности. Нам представляется по крайней мере, что здесь многое оставалось бы неясным»²⁴.

Разделяемое многими логиками убеждение, что использование многозначных построений для определения модальной логики вносит некоторую двусмысленность в значения модальных понятий и приводит к смешению разных аспектов анализа модальных высказываний, также явилось одной из причин того, что трехзначная модальная логика Лукасевича не стала объектом всестороннего анализа.

8.1. Содержательные предпосылки модальной логики

Трехзначная логика была построена Лукасевичем с намерением использовать ее для подтверждения определенных философских идей. В этой логике он видел важный аргумент в пользу позиции, называвшейся им не вполне точно «индетерминистической». Трехзначная логика представляла для него особый интерес также в силу того, что он намеревался разъяснить с ее помощью модальные понятия, не имеющие аналогов среди одноаргументных функторов двужаночной логики.

Построение трехзначной логики Лукасевич предваряет тщательным анализом того смысла выражения «возможно, что», который связан с вопросом об истинностном значении высказываний о единичных будущих событиях и вопросом о детерминированности этих событий некоторыми предшествовавшими им событиями.

Под детерминизмом Лукасевич понимает не просто утверждение о всеобщей предопределенности и отсутствии свободы воли. Если Ян встретился вчера в полдень с Павлом на рынке в Варшаве, то хотя факт этой встречи сегодня уже не существует, он не является чистой иллюзией. Он представляет собой какую-то часть реальности и можно во всякое более позднее время сказать: «истинно в t , что p » или «имеет место в момент t , что p », понимая под p утверждение о встрече Яна с Павлом и под t — момент высказывания о ней. То, что произошло, не может не быть или исчезнуть, что однажды было истиной, останется ею всегда. Это утверждение, о вечном будущем существовании всякой истины Лукасевичу представляется совершенно очевидным: если какой-то предмет A есть B в момент t , то истинно в каждый момент, *следующий за t* , что A есть B в момент t' ²⁵.

Иначе обстоит дело с вопросом о том, все ли, что когда-нибудь возникает и когда-то будет истинным, уже сегодня истинно и было истинно от века. Именно при ответе на этот вопрос появляется различие детерминистической и индетерминистической позиций: детерминист отвечает на него утвердительно, индетерминист — отрицательно. По мысли детерминиста, если A есть B в момент t , то истинно во всякий момент *предшествующий* t , что A есть B в t . Детерминистическая позиция представляется Лукасевичу совершенно неприемлемой, так как она лишает человека свободы воли и превращает его в марионетку.

Отбрасывая детерминистический взгляд на мир, Лукасевич принимает, что не все будущие события предопределены сейчас и что некоторые высказывания о будущих событиях не являются сейчас ни истинными, ни ложными. Свой подход он резюмировал позднее таким образом: «Следуя знаменитому примеру Аристотеля [с морской битвой] я пришел к заключению, что высказывания о возможных будущих событиях не являются в настоящем ни истинными, ни ложными. То, что я буду в Варшаве в полдень 8 декабря 1939 года, — это утверждение, о котором сегодня нельзя правильно сказать, что оно истинно, или ложно. Значит, должно быть некоторое третье истинностное значение. Это третье истинностное значение находится в том же отношении к возможности, как истина к бытию и ложь к небытию. На базе этой идеи я построил еще до 1920 года трехзначную матрицу...»²⁶. Это описание Лукасевичем генезиса трехзначной логики отличается в нескольких важных аспектах от того его описания, которое было дано им в работе «Философские замечания о многозначных системах исчисления высказываний», вышедшей более чем через десять лет после открытия этой логики, и на которое принято обычно ссылаться. Сопоставление этих двух описаний позволяет по-новому посмотреть на те требования, которые Лукасевич находит нужным предъявлять адекватной системе модальной логики.

Пусть переменные p, q, r, \dots представляют утверждения о событиях, переменные t^1, t^2, t^3, \dots — моменты времени, в которые происходят эти события, символ T — выражает «истинно, что», как оно понимается Лукасевичем, символы $<$ и $=$ — отношения «раньше» и «одновременно», имеющие место между моментами времени. Используя эти символические средства, утверждению Лукасевича о вечном сохранении всякой истины можно дать такую символическую формулировку:

$$(I) \quad (\forall t^1)(\forall t^2)(\forall p)(Tt^1p \ \& \ (t^1 \leq t^2) \supset Tt^2(Tt^1p)),$$

«для каждого события верно, что в какой бы момент времени t^1 оно ни происходило, в каждый одновременный или более поздний момент t^2 истинно, что это событие было в t^1 ». Это утверждение о неизменности прошлого и настоящего, являющееся, по мысли Лукасевича, приемлемым как для детерминизма, так и для индетерминизма, прямо связано со вторым его требованием к модальной логике. В соответствии с этим требованием в модальной логике должно быть доказуемо утверждение о необходимости существующего. Как формулировка этого утверждения, данная Лейбницем, так и приводимые Лукасевичем примеры говорят, что в нем идет речь о временном существовании и что его можно понимать как частный случай принципа (1), а именно тот случай, когда моментом t^1 , в который происходит рассматриваемое событие, является настоящее, а момент t^2 , в который фиксируется необходимость этого события, совпадает с t^1 . Используя букву S для обозначения того выделенного момента времени, каким является настоящее, этому частному случаю принципа (1) можно придать следующую формулировку:

$$(\forall t^1)(\forall t^2)(\forall p)(Tt^1p \ \& \ (t^1 = S) \ \& \ (t^2 = t^1) \supset TS(TSp)).$$

Учитывая, что моменты t^1 и t^2 совпадают друг с другом и с моментом, представляемым константой S , и что выражение $Tt^2(Tt^1p)$ в истолковании Лукасевича означает «детерминировано (необходимо) в t^2 , что в t^1 имеет место p », последнюю формулировку можно упростить до формулы (Lp – «необходимо, что p »):

$$TSp \supset LTSp,$$

«если *сейчас* имеет место p , то необходимо, что *сейчас* имеет место p ». Такой, на наш взгляд, должна быть символическая формулировка положения Лейбница о необходимости существующего.

Сам Лукасевич, после определенных колебаний, передает это положение в форме

$$\neg p \supset \sim Mp.$$

Очевидно, что эта запись является неадекватной. Выражение $\neg p \supset \sim Mp$ эквивалентно на базе принимаемых Лукасевичем определений модальных понятий формуле $p \supset Lp$. Последняя прямо утверждает необходимость всякого истинного высказывания, безотносительно к тому, говорит ли это высказывание о настоящем или нет, и фиксируется ли его необходимость в момент его высказывания (или в более поздний момент) или нет. Идея же Лейбница состоит совершенно в другом: по существу, он повторяет восходящую к Аристотелю мысль о неотъемлемости и неуничтожимости (прошлых и) настоящих фактов. Эта мысль была хоро-

шо известна также средневековым философам, выдвинувшим задолго до Лейбница принцип «*facta infecta fieri non possunt*». Для символического выражения этого и сходных с ним принципов определенно нужны средства, позволяющие проводить временные различия, и в частности, средства, дающие возможность различать момент наступления некоторого события и момент высказывания об этом событии.

В пропозициональной логике, дополненной понятиями необходимости и возможности, таких средств нет, и на ее языке нельзя выразить ни утверждение Лейбница, ни какое-либо сходное утверждение. Требование Лукасевича, чтобы в модальной логике была доказуема формула $p \supset Lp$, основывается на пренебрежении этим важным обстоятельством.

Используя введенную нами символику, утверждение о предопределенности всякой истины, характерное, по мнению Лукасевича, для детерминистической позиции, можно сформулировать так:

$$(2) \quad (\forall t^1)(\forall t^2)(\forall p)(Tt^1p \ \& \ (t^2 < t^1) \supset Tt^2(Tt^1p)),$$

«для каждого события верно, что в какой бы момент времени t^1 оно ни происходило, в каждый предшествующий момент t^2 было истинно, что в t^1 будет иметь место это событие». Это утверждение прямо связано с третьим требованием, предъявляемым Лукасевичем к модальной логике и говорящим о существовании истинных двусторонне возможных (случайных) высказываний.

Учитывая, что Лукасевич постоянно говорит о настоящем, введем в формулу (2) вместо произвольного момента t^2 фиксированный момент S , то есть возьмем частный случай этой формулы, говорящий о предопределенности будущего настоящим:

$$(\forall t^1)(\forall p)(Tt^1p \ \& \ (S < t^1) \supset TS(Tt^1p)).$$

Отрицанием последней формулы является формула

$$(3) \quad (\exists t^1)(\exists p)(Tt^1p \ \& \ (S < t^1) \ \& \ \sim TS(Tt^1p)),$$

«существует такой момент будущего t^1 и такое событие, что сейчас не является истинным, что в этот момент t^1 будет иметь место данное событие». Это высказывание выражает идею существования непредопределенного сейчас будущего события. Допущение возможности таких событий и является, согласно Лукасевичу, существом индетерминистического взгляда на мир. В своей работе 1930 года он выражает это допущение в форме:

$$(\exists p)(Mp \ \& \ M\sim p)^{27}.$$

Если учесть, что по определению Лукасевича возможным является сейчас то будущее событие, отсутствие которого в будущем сейчас не предопределено, этой формуле можно поставить в соответствие формулу:

$$(\exists p)(Tt'p \ \& \ (S < t') \ \& \ \sim TS(Tt'p) \ \& \ \sim TS(Tt' \sim p))$$

и, далее, формулировку:

$$(4) \quad (\exists t')(\exists p)(Tt'p \ \& \ (S < t') \ \& \ \sim TS(Tt'p)).$$

Связь формул (3) и (4) проста: из второй следует первая, отличающаяся от первой только отсутствием указания на непредопределенность не только рассматриваемого события, но и противоположного события.

Таким образом, анализ ранних работ Лукасевича, посвященных трехзначной модальной логике, и сопоставление этих работ, и прежде всего его речи «О детерминизме», с более поздними его работами, посвященными этой же теме, позволяет прийти к следующим выводам:

(1) Трехзначная модальная логика замышлялась Лукасевичем как логическая теория утверждений, говорящих о существовании во времени, и прежде всего, как логика утверждений о будущих случайных событиях.

(2) Лукасевич намеревался показать с помощью этой логики несостоятельность убеждения в предопределенности всякого будущего события и требовал поэтому, чтобы трехзначная логика была совместима с допущением случайных (непредопределенных) событий.

(3) Пытаясь дать логику временных утверждений, Лукасевич не прибегал, однако, ни к каким специальным средствам, позволяющим явно выразить временные характеристики этих утверждений. Из-за этого многие его рассуждения, относящиеся к существованию во времени и к модальным характеристикам прошлых и настоящих событий, являются довольно неясными, а предполагаемые им символические формулировки неадекватными.

(4) Выдвигаемые Лукасевичем добавления к модальной логике не являются в достаточной мере обоснованными. Требование доказуемости в ней формулы $p \supset Lp$ тесно связано с недостаточностью используемых Лукасевичем средств и явно не передает той его идеи, которую он намеревался выразить с помощью данной формулы. Нет поэтому ничего странного в том, что это требование оказалось несовместимым с двумя другими требованиями Лукасевича и привело его к целому ряду не вполне обоснованных выводов.

Приводимое Лукасевичем доказательство того, что модальная логика не может основываться на классической двузначной логике и требует отказаться от принципа двузначности, получило широкую известность и довольно часто воспроизводится без всяких модификаций и пояснений. Оно основывается, однако, на несовместимых друг с другом требованиях к модальной логике и не может быть признано убедительным. Позднее сам Лукасевич пересмотрел его и попытался дать другое доказательство, не предполагающее выводимости в модальной логике формулы $p \supset Lp$.

Интересно отметить в этой связи, что сама трехзначная логика Лукасевича не удовлетворяет предъявленным им к модальной логике требованиям. Формула

$$\sim p \supset \sim Mp$$

не является законом трехзначной логики ни в случае определения чистой возможности, предложенного Лукасевичем, ни в случае определения возможности, данного позднее Тарским. Тавтологиями этой логики являются только более слабые формулы

$$p \supset (p \supset \sim M \sim p) \quad \text{и}$$

$$\sim p \supset (\sim p \supset \sim Mp),$$

близкие по своему смыслу указанной формулировке, но не эквивалентные ей.

Имеется, таким образом, определенный разрыв между требованиями Лукасевича к модальной логике и построенной им трехзначной модальной логикой, разрыв, оказавшийся незамеченным самим Лукасевичем.

В соответствии с принимавшимся первоначально Лукасевичем определением чистой возможности выражение «возможно p » означало, что или p эквивалентно своему отрицанию, или не имплицирует противоречия. Это определение, не казавшееся самому Лукасевичу интуитивно убедительным, было позднее заменено им определением

$$Mp =_{df} (\sim p \supset p),$$

в соответствии с которым, возможность высказывания означает, что оно имплицируется своим собственным отрицанием.

Однако и это определение не может считаться достаточно естественным. Тавтологией трехзначной логики является эквивалентность

$$(\sim p \supset p) \equiv (\sim p \supset p \ \& \ \sim p),$$

позволяющая получить утверждение

$$Mp \equiv (\sim p \supset p \ \& \ \sim p),$$

«высказывание возможно, если и только если его отрицание имплицитно противоречиво». Здесь понятию возможности придается очень сильный смысл, вполне согласующийся с требованием, чтобы каждое истинное высказывание было необходимым, а ложное — невозможным, но плохо согласующийся с обычным пониманием возможности как ослабленной истинности.

Интересно отметить, что в модальных системах Льюиса доказуемы эквивалентности

$$Lp \equiv (\sim p \supset p \ \& \ \sim p),$$

$$Lp \equiv (\sim p \rightarrow q \ \& \ \sim q),$$

«высказывание необходимо, если и только если его отрицание строго имплицитно противоречиво». Если отвлечься от того, что Лукасевич и Льюис несколько по-разному понимают импликацию и отрицание, можно заметить, что возможность Лукасевича близка необходимости Льюиса. Сходным образом обстоит дело и с необходимостью Лукасевича и возможностью Льюиса. Принимаемое Лукасевичем определение необходимости:

$$Lp =_{df} \sim (p \supset \sim p),$$

совпадает по своей структуре с льюисовским определением возможности:

$$Mp \equiv \sim (p \rightarrow \sim p).$$

Определения модальных понятий, предлагаемые Льюисом, достаточно ясны. Возможное высказывание — это высказывание не являющееся внутренне противоречивым, или, иначе говоря, высказывание, совместимое с законами логики:

$$Mp \equiv \sim (\sim p \rightarrow p \ \& \ \sim p),$$

$$Mp \equiv \sim (\sim p \rightarrow q \ \& \ \sim q),$$

$$Mp \equiv \sim (\sim p \rightarrow \sim T),$$

$$Mp \equiv \sim (T \rightarrow \vee p)$$

(T — произвольная тавтология двузначной логики, $\sim T$ — произвольное противоречие этой логики). Необходимое высказывание — это высказывание, отрицание которого внутренне противоречиво, или, другими словами, высказывание, вытекающее из законов логики:

$$Lp \equiv (\sim p \rightarrow p \ \& \ \sim p),$$

$$Lp \equiv (\sim p \rightarrow q \ \& \ \sim q),$$

$$Lp \equiv (\sim p \rightarrow \sim T),$$

$$Lp \equiv (T \rightarrow p).$$

Определения модальных понятий, даваемые Лукасевичем и находящиеся в определенной «асимметрии» к определениям Льюиса, гораздо менее прозрачны. В трехзначной логике Лукасевича не могут быть, однако, даны более удачные определения модальных понятий.

Подводя итог обсуждению трехзначной логики, следует сказать, что, несмотря на все ее недостатки, ее построение является одной из важных заслуг Лукасевича. Она была одной из самых первых модальных систем в рамках современной формальной логики и была вместе с тем первой попыткой дать теорию модальных понятий, отличную от логических модальностей. Последнее обстоятельство следует особо подчеркнуть.

Трехзначная модальная логика была первой попыткой описания высказываний, говорящих о случайных будущих событиях, и в частности о событиях, связанных с человеческой деятельностью. Анализ Лукасевичем возможных в этом смысле высказываний вплотную подводил к мысли о введении в логику *временных* модальных понятий «было», «есть» и «будет» и тем самым к идее создания нового раздела логики — логики времени. Хотя эта идея так и осталась незамеченной, первая модальная логика Лукасевича в ретроспективе может рассматриваться как одна из современных предшественниц логики времени.

Примечания

- ¹ См.: Russell B. *Wstęp do filozofii matematyki*. Warszawa, 1958. S. 243-244.
- ² Эта система впервые была сформулирована Льюисом в книге «*A Survey of Symbolic Logic*» (Berkeley, 1918); в опубликованной через два года статье «*Strict Implication. An Emendation*» (*Journal of Philosophy*. 1920. Vol. 17) Льюис был вынужден внести в первоначальную формулировку *S3* ряд исправлений. Поэтому 1920 г., когда вышли статьи Льюиса и Лукасевича по модальной логике, можно считать годом возникновения модальной логики как одного из разделов современной логики.
- ³ См., например: Łukasiewicz J. *Uwagi filozoficzne o wielowartościowych systemach rachunku zdań // Z zagadnień logiki i filozofii*. Warszawa, 1961. S. 152. (Нем. перевод – *Philosophische Bewerbungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls // Comptes rendus de la Société des sciences et des lettres de Varsovie*. 1930. Cl. III, 23).
- ⁴ О научном творчестве Лукасевича см.: Borkowski L., Słupecki J. *The Logical Works of J. Łukasiewicz // Studia Logica*. 1958. Vol. VIII; Sobociński B. In *Memorium Jan Łukasiewicz (1878-1956) // Philosophical Studies* (Maynooth, Ireland). 1956. Vol. VI; Słupecki J. *Jan Łukasiewicz // Wiadomości matematyczne*. 1972. T. XV; Woleński J. *Przedmowa. Jan Łukasiewicz i zasada sprzeczności // Łukasiewicz J. O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa*. Warszawa, 1987.
- ⁵ Łukasiewicz J. *Analiza i konstrukcja pojęcia przyczyny // Z zagadnień logiki i filozofii*. Warszawa, 1961. S. 53.
- ⁶ Woleński J. *Przedmowa. Jan Łukasiewicz i zasada sprzeczności*. S. XVI.
- ⁷ Łukasiewicz J. *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa*. Warszawa, 1987. S. 152.
- ⁸ См. в этой связи: Васильев Н.А. *Воображаемая логика*. Избранные труды. М., 1989 (критика закона противоречия, развитая в то же время, но исходящая из других оснований); Ишмуратов А.Т., Карпенко А.С., Попов В.М. *О паранепротиворечивой логике // Синтаксические и семантические исследования неэкстенциональных логик*. М., 1989.
- ⁹ Łukasiewicz J. *O pojęciu możliwości // Ruch filozoficzny*. 1919/20 T. V; Łukasiewicz J. *O logice trójwartościowej // Ruch filozoficzny*. 1920 T. V.
- ¹⁰ См.: Лукасевич Я. *Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики*. М., 1959.
- ¹¹ См. в этой связи: Bochenski J.M. *History of Formal Logic*. Notre Dame, 1961.
- ¹² Lewis C.I., Langford C.H. *Symbolic Logic*. New York, 1932. P. 122-123.
- ¹³ См.: Там же. С. 160-162.
- ¹⁴ Łukasiewicz J. *Arithmetic and Modal Logic // Selected Works*. Warsaw, 1970. P. 397 (первая публикация – *The Journal of Computing Systems*. 1954. Vol. 1. №4).
- ¹⁵ Описывая трехзначную модальную логику Лукасевича, мы основываемся прежде всего на его статье «*Философские замечания о многозначных системах исчисления высказываний*» (*Uwagi filozoficzne o wielowartościowych systemach rachunku zdań // Z zagadnień logiki i filozofii*. Warszawa, 1961), в которой подробно обсуждается генезис первой многозначной системы и связанной с нею модальной логики. Мы используем также «*Прощальную лекцию*», прочитанную Лукасевичем в Варшавском университете 7 марта 1918 г., и его работы «*О понятии возможности*» (Łukasiewicz J. *O pojęciu możliwości // Ruch filozoficzny*. 1919/20. T. 5), «*О трехзначной логике*» (*On the Three-valued Logic // Selected Works*. Warsaw, 1970), «*Логика и проблема обоснования математики*»

- (Logic and the Problem of the Foundations of Mathematics // Selected Works. Warsaw, 1970), «Элементы математической логики» (Elementy logiki matematycznej. Skrypt. Warszawa, 1958), «О детерминизме» (O determinizmie // Z zagadnien logiki i filozofii. Warszawa, 1961). Последняя из них является риторской речью Лукасевича, произнесенной в 1922 г. и опубликованной только в 1961 г. Обращение к этой речи связано прежде всего с тем, что она была прочитана вскоре после опубликования первой статьи Лукасевича по трехзначной логике и содержит интересные соображения об интуитивном значении высказываний, не являющихся ни истинными, ни ложными. Из этой речи ясно, в частности, какое важное значение для формирования трехзначной логики Лукасевича имел его анализ принципа (строгого) детерминизма.
- 16 См.: Łukasiewicz J. Uwagi filozoficzne o wielowartościowych systemach rachunku zdań. S. 156.
- 17 См.: Waisberg M. Aksjomatyzacja trójwartościowego rachunku zdań // Comptes rendus des séances de la Societe des sciences et des lettres de Varsovie. 1936. Cl. III. Année 24.
- 18 См.: Łukasiewicz J. Logic and the Problem of the Foundations of Mathematics. P. 294.
- 19 См.: Słupecki J. Próba intuicyjnej interpretacji logiki trójwartościowej Łukasiewicza // Rozprawy logiczne. Księga pamiątkowa ku czci K. Ajdukiewicza. Warszawa, 1964.
- 20 См.: Słupecki J., Bryll G., Prucnal T. Some Preliminary Remarks on Three-valued Logic of J. Łukasiewicz // Studia Logica. 1967. T. 21. S. 51.
- 21 Там же. S. 46.
- 22 См.: Słupecki J. Próba intuicyjnej interpretacji logiki trójwartościowej Łukasiewicza (первая часть совместной работы Е. Слупецкого, Г. Брыля и Т. Пруцналя Some Preliminary Remarks on Three-valued Logic of J. Łukasiewicz // Studia Logica. 1967. T. 21, является английским переводом данной статьи Слупецкого).
- 23 Трехзначная логика Лукасевича, явившаяся первой многозначной логикой, рассматривается (в том числе и с точки зрения своей возможной интерпретации) в большинстве общих работ, посвященных многозначной логике. См., в частности: Rosser J.B., Turquette A.R. Many-valued Logics. Amsterdam, 1952; Зиновьев А.А. Философские проблемы многозначной логики. М., 1960 (англ. пер. — Zinov'ev A.A. Philosophical Problems of Many-valued Logics. Dordrecht, 1963); Askerman R. An Introduction to Many-valued Logics. N.Y., 1967; Слупецкий Е. Несколько замечаний о многозначных логиках Яна Лукасевича // Философия в современном мире. Философия и логика, М., 1974; Modern Uses of Multiple-valued Logic. Dordrecht, 1977; Hodes H. Three-valued Logics: An Introduction, Lexia, and Some Philosophical Remarks // Annals of Pure and Applied Logic. 1989. Vol. 43. №2; Bolc L., Borowik P. Many-valued Logics: Theoretical Foundations. Vol. 1. Berlin, 1992; Malinowski G. Many-valued Logics. Oxford, 1993; Epstein G. Multiple-valued Logic Design: An Introduction. Bristol, 1993; Карпенко А.С. Логика, детерминизм и феномен прошлого. К публикации статьи Яна Лукасевича «О детерминизме» // Вопросы философии. 1995. №5; Карпенко А.С. Многозначные логики. М., 1997.
- 24 Котарбинский Т. Избранные произведения. М., 1963. С. 494-495. См. в этой связи также: Prior A.N. In What Sense is Modal Logic Many-valued? // Analysis. 1952. Vol. 12 №6.
- 25 См.: Łukasiewicz J. O determinizmie. S. 116.
- 26 См.: Łukasiewicz J. Logic and the Problem of the Foundations of Mathematics. P. 289.
- 27 См.: Łukasiewicz J. Uwagi filozoficzne o wielowartościowych systemach rachunku zdań.

ГЛАВА 2 Ł-МОДАЛЬНАЯ ЛОГИКА

1.2. Пересмотр позиции

К началу 50-х гг. Лукасевич пришел к убеждению, что ни модальные системы Льюиса, ни его собственная трехзначная модальная логика не удовлетворяют интуитивным представлениям о модальностях.

В момент построения трехзначной логики Лукасевич считал, что поскольку всякая модальная система должна быть многозначной, двузначное исчисление высказываний не способно быть для нее хорошим основанием и должно быть отброшено.

Позднее открытие того факта, что классическому исчислению удовлетворяет не только двузначная матрица, но и многозначные адекватные матрицы, привело его к радикальному изменению первоначальной позиции. «Я стою на той точке зрения, — писал он в начале 50-х годов, — что в любой модальной логике должно быть сохранено классическое исчисление предложений. До сих пор это исчисление продемонстрировало свою надежность и полезность и оно не должно быть отвергнуто без достаточно веских оснований»¹. Основным недостатком своей трехзначной модальной логики Лукасевич видит в том, что она основана на неклассической логике высказываний. Вторым важным ее недостатком (характерным и для всех льюисовских систем) является то, что в ней имеет силу правило необходимости, позволяющее получать в качестве теорем аподиктические утверждения («если доказано A , то доказано LA »).

В статье «Арифметика и модальная логика» Лукасевич, в частности, указывает, что в его трехзначной модальной системе верифицируется формула

$$(p \supset (p \supset Lp)) \equiv (p \supset (p \supset \sim (p \supset \sim p))),$$

позволяющая получить не только $L(p \supset p)$ подстановкой $p \supset p$ вместо p , но и парадоксальное правило необходимости. «Я думаю поэтому, — продолжает он, — что моя трехзначная модальная логика не может рассматриваться как адекватная система модальной логики. Это замечание должно быть отнесено и к «строгой импликации» Льюиса. Функция « p строго имплицирует q » определяется Льюисом с помощью выражения «невозможно, что p и не- q ». Из этого определения очень легко вывести, что формула « p строго имплицирует q » является утверждаемым аподиктическим высказыванием. Системы Льюиса определенно являются очень интересными и способны иметь собственные достоинства; я думаю, однако, что они не могут рассматриваться как адекватные системы модальной логики»².

Взамен трехзначной логики Лукасевич предложил в 1953 г. четырехзначную модальную логику, казавшуюся ему неуязвимой для критики. Обнаружив целый ряд особенностей этой логики, представлявшихся ему самому странными и даже парадоксальными, он утверждал тем не менее: «Нельзя придумать ни одного возражения против этой системы. Мы увидим, что эта система опровергает все ложные выводы, полученные в связи с модальной логикой, объясняет трудности аристотелевской модальной силлогистики и открывает ряд неожиданных логических фактов, имеющих большое значение для философии»³.

2.2. Основная модальная логика

Обычно логическая система называется «модальной логикой», если в ней встречаются такие модальные выражения, как «возможно» или «необходимо». Вместо этой неясной характеристики Лукасевич предлагает строгое определение модальной логики⁴. В соответствии с этим определением логическая система является модальной, если она включает в качестве своей части «основную модальную логику». Последняя должна содержать два пропозициональных функтора, интерпретируемых как «возможно, что» и «необходимо, что» и удовлетворяющих следующим восьми условиям (« \vdash » — «принимается», « \dashv » — «отбрасывается»):

- I. $\dashv p \supset Mp$
- II. $\vdash Mp \supset p$
- III. $\dashv Mp$
- IV. $\vdash Lp \supset p$

V. $\neg p \supset Lp$

VI. $\neg \sim Lp$

VII. $Mp \equiv \sim L \sim p$

VIII. $Lp \equiv \sim M \sim p$

Смысл этих условий достаточно ясен. Слабый и сильный модальные функторы должны удовлетворять таким по меньшей мере требованиям: утверждение возможности высказывания всегда слабее, чем утверждение его истинности, но первое не является настолько слабым, чтобы никогда не быть ложным (условия I-III); утверждение необходимости высказывания всегда сильнее утверждения его истинности, но первое не является настолько сильным, чтобы никогда не быть истинным (IV-VI); возможность высказывания эквивалентна отрицанию необходимости противоречащего ему высказывания, а необходимость высказывания эквивалентна невозможности отрицания этого высказывания (VII-VIII).

Первое условие соответствует принципу «Ab esse ad posse valet consequentia», второе — принципу «A posse ad esse non valet consequentia», четвертое — принципу «Ab oportere ad esse valet consequentia», пятое — принципу «Ab esse ad oportere non valet consequentia». Седьмое и восьмое условия являются очевидными связями между возможностью и необходимостью. Нарушение третьего условия делает модальную функцию Mp эквивалентной немодальной функции «истинно, что p » и нарушение шестого условия ведет к необходимому отождествлению выражений p и «ложно, что p ». Все эти условия, за исключением, может быть, третьего и шестого, имеют большую традицию. Они были хорошо известны средневековым логикам и даже, как утверждает Лукасевич, Аристотелю, хотя и не были им явно сформулированы. «Основная модальная логика, — пишет Лукасевич, — является фундаментом любой модальной логики и всегда должна включаться в любую такую систему. Формулы I-VIII согласуются с интуициями Аристотеля и лежат у истоков наших понятий необходимости и возможности»⁵.

Как и в более ранних работах, Лукасевич принимает, что Mp и Lp должны быть функциями истинности, то есть их логические значения должны определяться логическими значениями их аргументов. Поскольку в двузначной логике не имеется ни одного функтора, который удовлетворял бы условиям I-III или условиям IV-VI, очевидно, что основная модальная логика, а значит и всякая модальная логика, должна быть многозначной системой⁶.

Основную модальную логику можно аксиоматизировать, присоединив к классической пропозициональной логике четыре дополнительных аксиомы и два правила вывода отбрасываемых формул:

$$01. \quad \vdash Lp \supset p,$$

$$02. \quad \vdash p \supset Lp,$$

$$03. \quad \vdash \sim Lp,$$

$$04. \quad \vdash Lp \equiv L \sim \sim p,$$

(а) правило подстановки: если формула a , полученная подстановкой из формулы b , отбрасывается, то b также отбрасывается,

(б) правило отделения: если формула $a \supset b$ принимается, а b отбрасывается, то формула a также должна быть отброшена.

Определение возможности:

$$Mp =_{df} \sim L \sim p.$$

Если в качестве исходного термина принимается M , аксиомы таковы:

$$01. \quad \vdash p \supset Mp,$$

$$02. \quad \vdash Mp \supset p,$$

$$03. \quad \vdash Mp,$$

$$04. \quad \vdash Mp \equiv M \sim \sim p.$$

Определение необходимости:

$$Lp =_{df} \sim M \sim p.$$

Лукаевич доказывает матричным методом независимость этих систем аксиом, обращая особое внимание на независимость четвертой аксиомы (каждой из групп аксиом) от остальных.

3.2. Минимальная модальная логика

Отступая от основного изложения, обобщим предложенную Лукаевичем идею стратификации модальной логики на случай более широкого понимания модальностей, когда в их число включаются не только понятия «необходимо» и «возможно» и т.п., но и понятия «доказуемо», «обязательно», «хорошо», «всегда» и т.д.

Объектом исследования обычной, или *ассерторической*, логики являются логические отношения *ассерторических*, или, как их еще можно назвать, *неквалифицированных*, высказываний. В них утверждается или отрицается наличие определенных связей. В простых высказываниях этого типа говорится о том, что предмету, о котором идет речь, присущ определенный признак. Примерами их

могут служить высказывания: «снег бел и холоден», «стекло не проводит электрический ток», «Тасмания открыта капитаном Куком», «Платон — автор «Тимея»», «Пегас — крылатый конь» и т. п. Общая форма таких высказываний: «*S есть (или не есть) P*».

Помимо ассерторических высказываний, устанавливающих связи предметов и признаков и связи иных типов, имеются также *модальные высказывания*, в которых уточняется, или *квалифицируется*, характер или модус этих связей. Модальными являются, например, высказывания: «возможно, что снег бел и холоден», «хорошо, что стекло не проводит ток», «немыслимо, чтобы Тасмания была открыта Куком», «доказано, что Платон — автор «Тимея»», «древние греки полагали, что Пегас — это крылатый конь» и т. п. Ассерторические высказывания только утверждают или отрицают некоторые связи, модальные высказывания являются оценками этих связей с той или иной точки зрения. О предмете *A* можно просто сказать, что он имеет свойство *B*. Но можно, сверх того, уточнить, является ли эта связь *A* и *B* необходимой или же она только случайна; всегда ли *A* будет *B* или нет; хорошо ли, что *A* есть *B*, или плохо; доказано ли, что *A* есть *B*, или это только предполагается, и т. д. Результатами таких уточнений будут модальные высказывания разных типов. Все они получаются путем приписывания к ассерторическому высказыванию того или иного модального понятия, с помощью которого характеризуется установленная в этом высказывании связь. Общая форма модальных высказываний, получаемых из простых ассерторических высказываний: *M(S есть P)* или *M(S не есть P)*. Вместо *M* в эту форму могут подставляться различные модальные понятия, позволяющие определить тип связи субъекта и предиката. Очевидно, что модальной квалификации могут быть подвергнуты не только связи предметов и признаков, но и связи других типов. Например, из сложного ассерторического высказывания «Если металлический стержень нагреть, то он удлинится» можно получить такие модальные высказывания: «Доказано, что если металлический стержень нагреть, то он удлинится», «Хорошо, что металлический стержень удлиняется, если его нагревают», «Средневековые алхимики были убеждены, что если металлический стержень нагреть, то он удлинится» и т. п.

Объектом исследования модальной логики является логическое поведение модальных высказываний и их связи с ассерторическими высказываниями. Из разнообразных возможных типов квалификаций она выбирает немногие, наиболее интересные типы. Результатами их изучения являются отдельные ветви или разделы модальной логики, называемые обычно тоже «логиками».

Квалификации каждого типа осуществляются с помощью группы связанных между собой понятий, именуемых *модальностями*. Так, теоретико-познавательная характеристика утверждений о связях дается с помощью понятий «доказуемо», «опровержимо» и «неразрешимо», аксиологическая – с помощью понятий «хорошо», «безразлично» и «плохо», нормативная – с помощью понятий «обязательно», «безразлично» и «запрещено» и т. д.

Слова «модус» и «модальность» иногда используются для обозначения только понятий «необходимо», «возможно», «невозможно» и родственных им. В других случаях этим словам придается более широкий смысл. К «модальным» относятся при этом также такие понятия, как «знает», «полагает», «доказуемо», «обязательно» и т. д. В современной логике наметилась устойчивая тенденция понимать под «модальной логикой» не только логическую теорию необходимости, возможности и т. п., но включать в число «модальных систем» также логические теории эпистемических, деонтических, временных и даже экзистенциальных понятий. Логика необходимости, возможности и т. п. рассматривается при этом как один из разделов модальной логики; она называется «алетической модальной логикой», а ее исходные понятия – «алетическими понятиями». Это более широкое употребление терминов «модус» и «модальность» хорошо согласуется с исторической традицией.

Модальности, сравнительно хорошо изученные современной модальной логикой, систематизируются следующей таблицей:

Логические модальности	Онтологические модальности	Эпистемические модальности	
		знание	знание
логически необходимо логически случайно логически невозможно	онтологически необходимо онтологически случайно онтологически невозможно	доказуемо (верифицируемо) неразрешимо (непроверяемо) опровержимо (фальсифицируемо)	полагает (убежден) сомневается отвергает
логически возможно	онтологически возможно		допускает

деонтические модальности	аксиологические модальности		временные модальности	
	абсолютные	сравнительные	абсолютные	сравнительные
обязательно нормативно безразлично запрещено	хорошо аксиологически безразлично плохо	лучше равноценно хуже	всегда только иногда никогда	раньше одновременно позже
разрешено				

В каждую из перечисленных в таблице групп модальностей входят три основных понятия. Второе из них будем называть *слабой характеристикой*, первое и третье — *сильной положительной и сильной отрицательной характеристиками* соответственно.

В дополнение к трем основным модальным понятиям иногда вводится четвертое понятие, определенным образом связанное с основными и нередко употребляемое вместо них. В частности, к логическим модальностям принято присоединять понятие «логической возможности», к онтологическим — понятие «онтологической возможности», к деонтическим — понятие «разрешения».

Знание важным образом отличается от *убеждения* или *веры*: убеждение может быть как истинным, так и ложным, знание же всегда истинно. Этому различию соответствует различие между двумя вариантами эпистемической логики: логикой знания и логикой убеждений.

Основываясь на сходстве различных ветвей модальной логики, можно дать такое общее определение модальной теории. Логическая теория, содержащая по меньшей мере три квалифицирующих понятия (оператора), является модальной, если она удовлетворяет следующим условиям:

(а) она является надстройкой над логикой ассерторических высказываний;

(б) квалификации, даваемые сильными ее понятиями, несовместимы с квалификацией, даваемой слабым понятием;

(в) из простой истинности или ложности высказывания нельзя заключить, какую именно основную модальную характеристику должна иметь устанавливаемая в этом высказывании связь;

(г) из квалификации высказывания с помощью слабого модального понятия не следует ни то, что высказывание истинно, ни то, что оно ложно;

(д) если высказыванию приписывается слабая модальная характеристика, то и его отрицанию должна быть приписана эта характеристика.

Особенностью аксиологических и временных модальностей является то, что помимо абсолютных понятий, употребляемых для характеристики отдельно взятых простых или сложных объектов («хорошо *A*», «безразлично *B*», «иногда происходит *A* или *B*», «*C* никогда не наступает вместе с *A*» и т. п.), имеются также *сравнительные* аксиологические и временные понятия, используемые для сопоставления двух объектов («*A* лучше *B*», «*B* равноценно *C*», «*A* одновременно с *B* или *C*», «*B* позже *C*» и т. п.). Приведенное определение модальной логики касается непосредственно свойств понятий первого рода, но оно может быть распространено и на сравнительные понятия.

Указанные условия представляют собой требования, которым должна удовлетворять каждая логическая модальная теория. Первое из них вытекает из самого определения модальных понятий как средств уточнения характера связей, устанавливаемых ассерторическими высказываниями. Нарушение остальных требований делает излишней саму квалификацию с помощью модальностей и приводит к вырождению модальной теории в логику простых утверждений и отрицаний.

Основная идея предлагаемой нами систематизации модальной логики состоит во введении определяемого аксиоматически понятия *минимальной* модальной системы. Эта система должна быть той общей частью различных модальных теорий, приемлемость утверждений которой не зависит ни от специфических свойств отдельных групп модальных понятий, ни от тех или иных допущений об области их приложения. Ее законы должны быть справедливыми для модальностей всех типов и должны вместе с тем давать сравнительно подробное описание их формальных свойств.

Для построения минимальной модальной логики недостаточно, конечно, указания тех связей модальностей, которые зафиксированы в определении модальной теории. Абстрактную характеристику, даваемую этим определением, следует дополнить дальнейшими утверждениями, говорящими о сложных объектах (принципами дистрибутивности).

Введем следующие обозначения: *V*, *Y*, *W* – сильный положительный, сильный отрицательный и слабый модальные операторы соответственно; *U* – дополнительное модальное понятие, определяемое в рамках минимальной логики в терминах основных.

Если минимальная логика интерпретируется как теория логических модальностей, выражение Vp означает «логически необходимо p », Yp — «логически невозможно p », Wp — «логически случайно p » и Up — «логически возможно p ». Если эта логика понимается как теория деонтических модальностей, Vp означает «обязательно p », Yp — «запрещено p », Wp — «нормативно безразлично p » и Up — «разрешено p ». В случае модальных понятий других групп выражение Vp представляет одно из утверждений: «онтологически необходимо p », «доказуемо (верифицируемо) p », «рассматриваемый субъект убежден в том, что p », «хорошо p », «всегда p » и т. д. Соответственно, выражением Yp представляется при этом одно из утверждений: «онтологически невозможно p », «опровержимо (фальсифицируемо) p », «субъект отвергает p », «плохо p », «никогда не имеет места p » и т. д.; и выражением Wp — одно из утверждений: «онтологически случайно p », «неразрешимо (непроверяемо) p », «субъект сомневается в том, что p », «аксиологически безразлично p », «только иногда имеет место p » и т. д.

Минимальная модальная логика (система $M1$) определяется следующим множеством аксиом и правил вывода:

A0. Аксиомы классической пропозициональной логики,

A1. $\sim(Vp \ \& \ Wp) \ \& \ \sim(Wp \ \& \ Yp)$

A2. $Vp \ \& \ Vq \supset V(p \ \& \ q)$

A3. $Wp \supset W \sim p$

A4. $V(p \ \vee \ q) \ \vee \ W(p \ \vee \ q) \equiv Vp \ \vee \ Vq \ \vee \ Wp \ \vee \ Wq$

A5. $Y(p \ \vee \ q) \equiv Yp \ \& \ Yq$

(R1) правило подстановки формул пропозициональной логики вместо пропозициональных переменных;

(R2) правило отделения;

(R3) правило экстенциональности, позволяющее заменять одно или более вхождений некоторого выражения в формулу вхождениями в эту формулу эквивалентного ему в рамках данной системы выражения.

Первые три аксиомы системы $M1$ являются символической формулировкой условий (а), (б) и (д) определения модальной теории. Нетрудно показать, что $M1$ удовлетворяет и двум другим требованиям, предъявляемым этим определением. Формулы

$p \supset Vp,$

$p \supset Yp,$

$p \supset Wp,$

$\sim p \supset Vp,$

$\sim p \supset Yp,$

$$\begin{aligned} \sim p &\supset Wp, \\ Wp &\supset p, \\ Wp &\supset \sim p \end{aligned}$$

не являются теоремами ни минимальной модальной логики, ни ее расширений. Аксиомы *A3-A5* представляют собой принципы дистрибутивности трех основных модальных операторов. В эпистемической интерпретации первая из них, в частности, утверждает, что если доказуемо *p* и доказуемо *q*, то доказуема также конъюнкция этих двух высказываний; согласно *A5* опровержимость дизъюнкции двух высказываний эквивалентна опровержимости каждого из них. В деонтической интерпретации *A3* говорит, что из обязанности реализовать ситуацию, описываемую высказыванием *p*, и обязанности реализовать ситуацию, описываемую высказыванием *q*, следует обязанность выполнить действие, ведущее к ситуации, в которой истинны оба эти высказывания; *A5* в этой интерпретации утверждает, что запрещение *p* и запрещение *q* равносильно запрещению реализации ситуации, в которой истинно хотя бы одно из этих высказываний. Сходные идеи выражаются этими аксиомами и в других интерпретациях.

В большинстве групп модальностей сильные модальные понятия взаимно определимы таким образом:

$$\begin{aligned} Vp &=_{df} Y \sim p, \\ Yp &=_{df} V \sim p, \\ pVq &=_{df} qYp, \\ pYq &=_{df} qVp. \end{aligned}$$

Принятие одного из первых двух определений позволяет уменьшить число исходных символов и аксиом системы *M1* и тем самым упростить ее.

В терминах *V* и *W* может быть определено дополнительное модальное понятие *U*:

$$Up =_{df} Vp \vee Wp.$$

Применительно к логическим и онтологическим модальностям это определение, в частности, означает, что возможное является или необходимым, или случайным. В деонтической интерпретации оно говорит, что разрешенное действие или обязательно, или нормативно безразлично. В логике убеждений оно утверждает, что субъект допускает что-то, если и только если он или убежден в этом, или сомневается в нем.

В системе *M1*, являющейся очень слабой модальной логикой, доказуемы тем не менее многие интересные положения о логических связях модальных высказываний:

$$T1. V(p \& q) \equiv Vp \& Vq,$$

$$T2. W(p \vee q) \supset Wp \vee Wq,$$

$$T3. Y(p \vee q) \supset Yp,$$

$$T4. U(p \vee q) \equiv Up \vee Uq,$$

$$T5. Wp \supset \sim Vp \& \sim Yp,$$

$$T6. Wp \supset Up \& U \sim p,$$

$$T7. Vp \supset V(q \supset p),$$

$$T8. Vp \supset Up.$$

Из первой из этих теорем с помощью разных интерпретаций могут быть получены утверждения: «Обязательно сделать p и q в том и только том случае, если обязательно сделать p и обязательно сделать q »; «Всегда имеет место p и q , если и только если всегда есть p и всегда есть q »; «конъюнкция двух состояний является добром тогда и только тогда, когда каждое из этих состояний есть добром» и т. д. $T4$ позволяет получить утверждения: «логически возможно по меньшей мере одно из двух высказываний, если и только если логически возможно первое из них или логически возможно второе»; «разрешено хотя бы одно из двух действий, если и только если разрешено первое из них или разрешено второе»; «субъект допускает, что верно p или q , если и только если он допускает p или допускает q » и т. д. Теорема $T5$ дает утверждения: «логически случайное высказывание не является ни логически необходимым, ни логически невозможным»; «нормативно безразличное ни обязательно, ни запрещено», «аксиологически безразличное не является ни хорошим, ни плохим»; «неразрешимое не доказуемо и не опровержимо» и т. д.

Примерами утверждений, получаемых из $T6$, являются утверждения: «онтологически случайное событие может произойти, но может и не произойти», «безразличное действие таково, что разрешено выполнять его и разрешено воздерживаться от него», «субъект, сомневающийся в истинности некоторого высказывания, допускает как его истинность, так и его ложность» и т. д. Из теоремы $T8$ могут быть получены утверждения: «логически необходимое логически возможно», «обязательно разрешено», «высказывание, в истинности которого субъект убежден, допускается им» и т. д.

Модальная логика $M1$ является минимальной теорией модальностей всех типов и может в силу этого сопоставляться с основной модальной логикой Лукасевича. В $M1$ не доказуемы формулы:

$$Vp \supset p,$$

$$Up \supset \sim V \sim p,$$

$$\sim V \sim p \supset Up,$$

$$p \supset Up,$$

$$Vp \supset \sim U \sim p,$$

$$\sim U \sim p \supset Vp,$$

соответствующие таким утверждениям логики Лукасевича, как «необходимое высказывание истинно», «истинное высказывание возможно», «если высказывание возможно, то его отрицание не является необходимым», «если высказывание необходимо, то его отрицание невозможно», «если высказывание не является необходимым, то противоречащее ему высказывание возможно» и «если высказывание невозможно, то противоречащее ему высказывание необходимо». Все эти утверждения, как будет показано далее, основываются на определенных допущениях об области приложения теории модальностей и не могут быть приняты в минимальной модальной логике. Это показывает, что основная логика Лукасевича не является минимальной в нашем смысле и что существуют теории необходимости и возможности, не являющиеся модальными логиками в смысле Лукасевича.

Минимальная модальная логика может расширяться в нескольких направлениях. Нас будут интересовать два из них: расширение принципом модальной полноты и расширение принципами модальной непротиворечивости.

Принцип, являющийся аналогом закона исключенного третьего ассерторической логики и утверждающий, что всякое высказывание, имеет по меньшей мере одну из трех основных модальных характеристик, мы будем называть *принципом модальной полноты*. Его символическая формулировка:

$$(*) \quad Vp \vee Wp \vee Yp.$$

Применительно к логическим модальностям он говорит, что всякое высказывание или логически необходимо, или логически случайно, или логически невозможно. В теории эпистемических модальностей он утверждает, что каждое высказывание или доказуемо, или опровержимо, или неразрешимо; в деонтической логике он квалифицирует каждое действие как обязательное, безразличное или запрещенное.

Идею полноты можно выразить также с помощью одной из следующих формул:

$$\sim V \sim p \supset Up,$$

$$\sim Yp \supset Up,$$

$$Up \vee U \sim p.$$

Они эквивалентны формуле (*) на базе системы *MI*, дополненной определением

$$Yp =_{df} V \sim p.$$

Утверждения, выражаемые последними тремя версиями принципа полноты в терминах деонтической логики, можно передать так: «действие разрешено, если воздержание от него не яв-

ляется обязанностью», «всякое не запрещенное действие разрешено» и «относительно любого действия верно, что разрешено или выполнять его, или воздерживаться от него». В случае логики убеждений приведенные формулы выражают утверждения: «субъект, не убежденный в истинности некоторого высказывания, допускает его ложность», «субъект, не отвергающий некоторое высказывание, допускает его истинность» и «всякое высказывание таково, что рассматриваемым субъектом допускается его истинность или допускается его ложность». Если убежденность, сомнение, отвержение и допущение понимаются как определенные осознанные интеллектуальные операции некоторого субъекта, о принципе эпистемической полноты можно сказать, что им предполагается охват этим субъектом *всех* высказываний. Очевидно, что реальные субъекты сталкиваются только с ограниченным кругом высказываний и не имеют никакого мнения об истинностном значении как неизвестных им высказываний, так и многих из тех высказываний, которые знакомы им. Это означает, что введение в логику убеждений принципа полноты должно истолковываться как определенное ограничение, налагаемое на те системы убеждений, для исследования которых может применяться эта логика.

Сходным образом, если безразличие, обязанность, запрещение и разрешение понимаются как нормы, явно или имплицитно содержащиеся в кодексе, о принципе деонтической полноты можно сказать, что им предполагается охват нормативным кодексом всех человеческих действий. Очевидно, что многие существовавшие и существующие кодексы имеют дело только с ограниченным числом действий, не определяя нормативный статус не только не известных пока способов поведения, но и тех действий, выполнение или невыполнение которых нет смысла делать объектом каких-либо норм. Включение в логику норм принципа деонтической полноты следует рассматривать поэтому как ограничение класса нормативных систем, для анализа которых может быть использована эта логика.

Аналогично обстоит дело с принципами логической, онтологической, временной и аксиологической полноты. Согласно, например, последнему из них, всякая вещь является или хорошей, или плохой, или безразличной. Это утверждение справедливо только при допущении, что аксиологическая область (т. е. множество вещей, о ценности каждой из которых имеется определенное представление) совпадает с множеством всех вещей. Иными

словами, теория аксиологических модальностей, содержащая принцип полноты, применима только для анализа полных систем оценок.

Согласно закону противоречия ассерторической логики утверждение и отрицание определенной связи не могут приниматься вместе. Этот закон можно рассматривать как ограничение области приложения содержащей его логической системы непротиворечивыми рассуждениями и, соответственно, как требование исключать логические противоречия из рассуждения. Модальными аналогами закона противоречия являются следующие утверждения: «ложное высказывание не имеет сильной положительной модальной характеристики», «истинное не имеет сильной отрицательной характеристики» и «если высказывание имеет одну из сильных модальных характеристик, то его отрицание не имеет данной характеристики».

Символически:

$$\sim (Vp \ \& \ \sim p),$$

$$\sim (Yp \ \& \ p),$$

$$\sim (Vp \ \& \ V \sim p),$$

$$\sim (Yp \ \& \ Y \sim p).$$

Первые две из этих формул можно назвать *сильными принципами модальной непротиворечивости*, а выводимые из них две последние формулы — *слабыми принципами*.

В некоторых разделах модальной логики приемлемы как слабые, так и сильные принципы модальной непротиворечивости, в других — только слабые. Например, в стандартных теориях логических модальностей доказуемы как утверждения «ложное высказывание не является логически необходимым» и «истинное высказывание не является логически невозможным», так и утверждение «два противоречащих высказывания не могут быть оба логически необходимыми и не могут быть оба логически невозможными». Сходные утверждения являются верными также в случае обычных теорий онтологических и временных модальностей. К истинам логики знания относится как положение «ложное высказывание не доказуемо, а истинное не опровержимо», так и положение «противоречащие друг другу высказывания нельзя ни доказать, ни опровергнуть вместе».

Примерами разделов модальной логики, в которых приемлемы только слабые принципы модальной непротиворечивости, могут служить теории деонтических и аксиологических модальностей, а также логика убеждений.

Основание, склоняющее к принятию слабых принципов деонтической непротиворечивости, состоит в том, что нельзя одновременно выполнить некоторое действие и воздержаться от него. Наличие в нормативном кодексе противоречивых обязанностей ставит их субъекта в положение, в котором, как бы он ни вел себя, он нарушит одну из своих обязанностей. Кодекс, требующий выполнения невозможного, естественно считать несовершенным.

Иногда утверждается, что требование усвершенствования такого кодекса путем исключения из него несовместимых обязанностей носит не логическую, а этическую или метафизическую природу. Система норм, не удовлетворяющая слабым принципам деонтической непротиворечивости, противоречива в том смысле, что она содержит нормы, одну из которых невозможно выполнить без нарушения другой. Но эта система отражает реально встречающиеся конфликты моральных, правовых и подобных им обязанностей и является вполне правомерной с точки зрения логики.

На возражения против введения в логику норм слабых принципов деонтической непротиворечивости можно ответить следующим образом. Деонтическая логика не описывает, как люди действительно выводят заключения из нормативных посылок. Вполне возможна ситуация, когда человек из обязанности сделать одно действие «выводит» разрешение выполнить иное действие, совершенно не связанное с первым. Деонтической логикой не отрицаются также существование противоречивых, требующих выполнения невозможных действий кодексов. Логика норм не описывает фактические рассуждения, использующие нормы, и действительные кодексы. Она формулирует критерии рационального рассуждения в области норм. Задача такого рассуждения состоит в предоставлении разумного основания для действия. Очевидно, что рассуждение нельзя назвать рациональным, если оно санкционирует обязанность выполнения невозможного действия.

Многие существующие нормативные кодексы в той или иной степени непоследовательны. Они складываются постепенно и предлагаемые ими новые права и обязанности нередко не согласуются со старыми. Но это не означает, что формальная логика, исследующая структуру нормативного рассуждения, не должна требовать его непротиворечивости.

Реальные естественнонаучные теории также развиваются постепенно и новое в них зачастую противоречит старому. Изучая их структуру, формальная логика вправе отвлекаться от истории

их становления и борьбы различных концепций. Непоследовательность и прямая противоречивость естественнонаучных теорий не рассматривается при этом как основание для отказа от требования их формальнологической непротиворечивости.

Было бы неестественным допускать, что отношение логики норм к противоречиям принципиально отличается от отношения к ним других разделов формальной логики. Противоречивость реальных систем норм не исключает требования формальнологической непротиворечивости этих систем, точно так же как противоречивость реальных естественнонаучных теорий не означает допустимости в этих теориях логических противоречий.

Таким образом, принципы деонтической непротиворечивости могут быть отнесены к истинам логики. Их принятие связано, однако, с принятием определенных предположений о природе и целях нормативного рассуждения, о связи его с действием. Необходимо поэтому отделить эти принципы от других утверждений логики норм, приемлемость которых не зависит от каких-либо сходных допущений. Требуется, иными словами, стратификация логической теории норм, построение ее в виде расширяющейся теории.

Сходным образом обстоит дело и с принципами логической, онтологической, временной, аксиологической и эпистемической непротиворечивости. В частности, введение в логику убеждений принципа «субъект не может быть убежден в истинности каждого из двух противоречащих друг другу высказываний» допустимо рассматривать как выдвижение определенного требования к системам или совокупностям убеждений, а именно требования непротиворечивости этих систем. Можно, с другой стороны, считать, что принятие этого и подобных ему принципов просто ограничивает область приложения логики убеждений множеством непротиворечивых систем убеждений. При таком понимании данный принцип не предполагает, в отличие от первого его истолкования, дополнительного требования устранять противоречия из реальных систем убеждений.

Модальные логики, содержащие слабые или сильные принципы модальной непротиворечивости, мы будем называть *сильными*, отличая их от *слабых* модальных логик, в которых эти принципы не выводимы. Если истолковывать переход от слабых модальных логик к сильным как ограничение систем высказываний, для анализа которых могут быть использованы эти логики, непротиворечивыми в модальном смысле системами, то становится по-

нятным и оправданным интерес к самим слабым логикам. Сильные логики приложимы только к непротиворечивым множествам высказываний, слабые же могут использоваться для логического исследования любых совокупностей высказываний и не требуют предварительного исключения из них модальных противоречий.

В дальнейшем системой $M2$ мы будем называть результат расширения минимальной модальной системы $M1$ слабыми принципами модальной непротиворечивости, системой $M3$ – результат расширения $M1$ сильными принципами модальной непротиворечивости и системами $M4$ и $M5$ – результаты расширения систем $M1$ и $M2$ принципом модальной полноты. Будем предполагать также, что в каждой из этих систем сильные модальные понятия взаимно определимы по указанной ранее схеме.

Системе $M4$ может быть дана аксиоматическая формулировка, включающая помимо правил $(R1) - (R3)$ системы $M1$ только аксиому:

$$V(p \ \& \ q) \equiv Vp \ \& \ Vq$$

и определения:

$$Yp =_{df} V \sim p,$$

$$Wp =_{df} \sim Vp \ \& \ \sim V \sim p,$$

$$Up =_{df} Vp \vee \sim V \sim p.$$

Системе $M5$ может быть дана следующая аксиоматическая формулировка:

A0. Аксиомы классической пропозициональной логики

$$A1. Vp \supset \sim V \sim p$$

$$A2. V(p \ \& \ q) \equiv Vp \ \& \ Vq$$

(R1) - (R3) системы M1.

Определения:

$$Yp =_{df} V \sim p,$$

$$Wp =_{df} \sim Vp \ \& \ \sim V \sim p,$$

$$Up =_{df} \sim V \sim p.$$

В различных разделах модальной логики обычно принимается эквивалентность $Up \equiv \sim V \sim p$.

Она складывается из двух импликаций: $Up \supset \sim V \sim p$ и $\sim V \sim p \supset Up$, первая из которых является одной из формулировок слабого принципа модальной непротиворечивости, а вторая – одной из формулировок принципа модальной полноты. Данная эквивалентность не является теоремой систем $M1-M4$. Она доказуема только в системе $M5$. Только в рамках этой системы дополнительное модальное понятие может употребляться вместо основных. Логическая невозможность высказывания определима в $M5$ как отрица-

ние его возможности, логическая случайность как одновременная возможность самого высказывания и возможность противоречащего ему высказывания, логическая необходимость как отрицание возможности отрицания высказывания.

Сходным образом вместо трех основных онтологических модальностей в $M5$ может быть взято понятие «онтологической возможности», вместо трех деонтических – понятие «разрешения» и вместо трех основных понятий логики убеждений – понятие «допускает». Запрещение действия определимо при этом как отрицание разрешения выполнять рассматриваемое действие, обязанность – как отрицание разрешения воздерживаться от него и безразличие – как отсутствие и обязанности и запрещения. В терминах «допускает» основные понятия логики убеждений определяются таким образом: «субъект убежден в истинности некоторого высказывания в том и только том случае, когда он не допускает, что оно является ложным», «субъектом отвергается истинность высказывания, если и только если она не допускается им» и «субъект сомневается в истинности высказывания, если и только если он допускает как его истинность, так и его ложность».

Если в качестве единственного исходного модального понятия избирается дополнителем понятие, системе $M5$ можно дать такую формулировку:

A0. Аксиомы классической пропозициональной логики

A1. $Up \vee U \sim p$

A2. $U(p \vee q) \equiv Up \vee Uq$

(R1) – (R3) системы M1.

Для разъяснения смысла модальных понятий и обоснования предложенной выше стратификации модальной логики воспользуемся теорией строгой импликации К. Льюиса. Вместо теории строгой импликации могла бы быть использована любая теория импликации, являющаяся достаточно сильной и вместе с тем не содержащая парадоксов, аналогичных парадоксам материальной импликации.

Введем в алфавит теории строгой импликации пропозициональную константу Z и допустим, что этой константой замещаются разные для разных групп модальностей совокупности утверждений. Допустим, в частности, что в случае логических модальностей Z представляет множество законов логики, в случае онтологических – множество законов природы, в случае деонтических или аксиологических – содержание исследуемого нормативного или оценочного кодекса и т. д. Условимся, далее, что выражение KZ означает «известно Z », и определим модальные понятия таким образом в терминах строгой импликации и константы Z :

- (Д1) $Vp =_{df} KZ \& (Z \rightarrow p)$,
 (Д2) $Wp =_{df} KZ \& \sim (Z \rightarrow p) \& \sim (Z \rightarrow \sim p)$,
 (Д3) $Yp =_{df} KZ \& (Z \rightarrow \sim p)$,
 (Д4) $Up =_{df} Vp \vee Wp$.

Применительно к логическим модальностям эти определения говорят, что к необходимым высказываниям относятся известные законы логики и их следствия, к невозможным — высказывания, отрицания которых влекутся этими законами, и к случайным — высказывания, для которых верно, что ни они сами, ни их отрицания не влекутся установленными логическими законами. Об онтологических модальных характеристиках данные определения утверждают, что высказывание необходимо, если оно входит в класс открытых уже законов природы или их следствий, высказывание невозможно, если его отрицание влечется этими законами, и высказывание случайно, если ни оно, ни его отрицание не следует из таких законов. Давая константе Z иные интерпретации, можно сходным образом истолковать и модальные понятия других групп. То, что очень разные по своему конкретному содержанию модальные понятия (такие, как логически необходимо и обязательно, онтологически случайно и нормативно безразлично, доказуемо и хорошо и т. д.) допускают строго аналогичные по своей структуре определения, является интересным фактом, говорящим о сходстве правил, которым подчиняется употребление этих понятий.

Единообразии данных правил ярко проявляется и в том, что модальные понятия в рамках каждой из групп связаны между собой совершенно одинаково.

Расширенная четырьмя приведенными определениями теория строгой импликации содержит минимальную модальную логику $M1$.

Важно отметить, что в рассматриваемом расширении теории строгой импликации не налагается никаких ограничений на множество утверждений, представляемое константой Z , и не являются выводимыми ни принципы модальной непротиворечивости, ни принцип модальной полноты. Для получения последнего к данной теории необходимо присоединить помимо определений специальную аксиому:

$$(1) KZ;$$

слабые и сильные принципы непротиворечивости требуют для доказательства принятия дополнительных аксиом:

$$(2) \sim (Z \rightarrow q \& \sim q) \text{ и } (3) p \supset \sim (Z \& p \rightarrow q \& \sim q)$$

соответственно.

Смысл аксиом (2) и (3) и их содержательная связь с принципами модальной непротиворечивости достаточно ясны. Первая из них требует, чтобы множество высказываний, представляемое константой Z , не содержало логического противоречия; вторая аксиома устанавливает, что введение в это множество истинного высказывания не ведет к противоречию. Вместо аксиом (2) и (3) могут быть приняты эквивалентные им в рамках теории строгой импликации, расширенной определениями логических модальностей, формулы $\sim L \sim Z$ и $p \supset \sim L \sim (Z \& p)$ или формулы MZ и $p \supset M(Z \& p)$.

Для разъяснения аксиомы (1) обратимся к онтологическим модальностям. Множество законов природы, замещаемое в этом случае константой Z , можно понимать двояко: *потенциально* – как совокупность известных в определенное время законов и *актуально* – как совокупность, включающую наряду с установленными и все пока не открытые законы природы. Очевидно, что второе понимание предполагает отвлечение от исторической ограниченности человеческого познания и пренебрежение важным для потенциального понимания различием между известными и неизвестными законами природы.

Введение аксиомы (1) равнозначно переходу от потенциального истолкования законов природы к их актуальному истолкованию. В каждый момент истории познания имеются события, онтологические характеристики которых не определяются однозначно открытыми к этому моменту законами. Но если во внимание принимаются все объективно существующие законы природы, то становится возможным квалифицировать всякое событие как необходимое, невозможное или случайное. Имеется, таким образом, ясная содержательная связь между введением аксиомы (1) и связанным с этим принятием актуального истолкования множества законов природы, с одной стороны, и доказуемостью в модальной логике принципа полноты, с другой. Если к теории строгой импликации присоединить определения:

$$\begin{aligned} Vp &=_{df} Z \rightarrow p, \\ Wp &=_{df} \sim (Z \rightarrow p) \& \sim (Z \rightarrow \sim p), \\ Yp &=_{df} Z \rightarrow \sim p, \\ Up &=_{df} Vp \vee Wp, \end{aligned}$$

то можно показать, что она содержит модальную логику $M4$. Для получения в рамках таким образом расширенной теории импликации слабых и сильных принципов модальной непротиворечивости необходимо принять аксиомы (2) и (3) соответственно.

Рассмотрим теперь утверждения, эквивалентные слабым принципам модальной непротиворечивости.

Можно показать, что присоединение к минимальной модальной логике утверждений «не всякое высказывание имеет сильную положительную модальную характеристику» и «не всякое высказывание имеет сильную отрицательную модальную характеристику» превращает эту логику в сильную модальную логику.

Пусть символ A означает произвольную тавтологию пропозициональной логики, в которую не входит свободно переменная p . Введем в алфавит системы $M1$ квантор общности, подчиняющийся обычным правилам, и присоединим к аксиомам этой системы формулы: $\sim(\forall p)Vp$ и $\sim(\forall p)Yp$.

В этом расширении минимальной логики могут быть выведены слабые принципы модальной непротиворечивости.

Таким образом, для получения из минимальной логики $M1$, являющейся слабой модальной логикой, сильной теории модальностей достаточно присоединить к первой формулы: $\sim(\forall p)Vp$ и $\sim(\forall p)Yp$. Для этой цели достаточно также расширение аксиом минимальной логики утверждением: $(\exists p)(\sim Vp \ \& \ \sim Yp)$, из которого выводимы указанные формулы.

С другой стороны, в сильной модальной логике могут быть доказаны утверждения, что не всякому высказыванию может быть приписана сильная положительная модальная характеристика и что не всякому утверждению может быть приписана сильная отрицательная модальная характеристика.

Допустим, что верными являются отрицания данных утверждений. Из этого следует, что сильная положительная характеристика может быть приписана противоречивому высказыванию, а сильная отрицательная — тавтологии. Но эти следствия противоречат теоремам: $\sim V(p \ \& \ \sim p)$ и $\sim Y(p \vee \sim p)$ сильной модальной логики. Следовательно, рассматриваемые утверждения являются истинными.

Существование логической связи между слабыми принципами модальной непротиворечивости и утверждениями:

$$\begin{array}{l} \sim(ZAq \ \& \ \sim q) \quad \text{или} \quad MZ, \\ \sim(\forall p)Vp \quad \text{и} \quad \sim(\forall p)Yp \end{array}$$

показывает, что эти две группы утверждений определенным образом связаны друг с другом.

Допустим, что требование непротиворечивости множества утверждений Z является ложным, т. е. $\sim MZ$ или $\sim(Z \rightarrow q \ \& \ \sim q)$. В соответствии с определением: $Vp =_{df} Z \rightarrow p$ (или $Yp =_{df} Z \rightarrow \sim p$)

получаем из этого $V(p \& \sim p)$ (или $Y(p \vee \sim p)$), но из $\sim(\forall p)Vp$ (или $\sim(\forall p)Yp$) следует $\sim V(p \& \sim p)$ (или $\sim Y(p \vee \sim p)$). Значит, допущение противоречивости Z является ложным, множество утверждений Z непротиворечиво.

Предположим, далее, что верным является утверждение $(\forall p)Vp$ (или $(\forall p)Yp$), а значит и утверждение $V(p \& \sim p)$ (или $Y(p \vee \sim p)$). Последнее с помощью указанного определения дает утверждение $Z \rightarrow q \& \sim q$, эквивалентное $\sim MZ$. Если признать теперь истинным утверждение MZ , получим, что исходное допущение ложно, а утверждение $\sim(\forall p)Vp$ (или $\sim(\forall p)Yp$) истинно.

4.2. Аксиоматизация L-модальной логики

Основная модальная логика не исчерпывает всего множества логических законов, включающих модальные понятия. Кажется, например, очевидным, что если возможна конъюнкция, то возможно и каждое из составляющих ее высказываний, а если конъюнкция необходима, то необходим и каждый из ее элементов. Ни одно из этих утверждений не является, однако, теоремой основной модальной логики.

Обсуждая возможные расширения этой логики, Лукасевич обращает внимание на следующие две формулы:

$$(1) (p \supset q) \supset (Lp \supset Lq) \quad \text{и} \quad (2) (p \supset q) \supset (Mp \supset Mq),$$

именуемые им «законами экстенциональности в широком смысле».

Общий закон экстенциональности, взятый в строгом смысле, является формулой классической логики высказываний, расширенной за счет введения переменных функторов:

$$(p \equiv q) \supset (\delta p \supset \delta q),$$

«если p эквивалентно q , то если δ есть функция от p , то δ выполняется и для q ». Здесь δ — любой образующий высказывание функтор от одного пропозиционального аргумента, например, отрицание.

Строгие законы экстенциональности для L и M имеют форму:

$$(3) (p \equiv q) \supset (Lp \supset Lq) \quad \text{и} \quad (4) (p \equiv q) \supset (Mp \supset Mq).$$

Формулы (3) и (4) легко выводимы из формул (1) и (2) на базе логики высказываний.

Вместе с тем, если дана не просто логика высказываний, а основная модальная логика, формула (1) оказывается эквивалентной строгому закону экстенциональности (3), а формула (2) —

строгому закону экстенциональности (4). Это дает основание называть формулы (1) и (2) «законами экстенциональности в широком смысле».

Лукасевич показывает, что ни один из них не доказуем в основной модальной логике. Так как модальная логика должна быть, по его убеждению, экстенциональной, он считает необходимым так расширить основную модальную логику, чтобы законы экстенциональности (1)-(4) оказались теоремами более широкой модальной системы.

Законы (3) и (4) представляются Лукасевичу не вызывающими каких-либо сомнений. «Если p эквивалентно q , то всегда, если δ выполняется для p , оно выполняется и для q , то есть, если p истинно, то и q истинно, а если p ложно, то и q ложно; аналогично, если p необходимо, то и q необходимо, а если p возможно, то и q возможно. Это, кажется, должно быть совершенно очевидным, если модальные функции не рассматриваются как интенциональные функции, то есть как функции, чьи значения истинности *не* зависят исключительно от значений истинности их аргументов. Но *что* должны означать в этом случае необходимость и возможность, — для меня до сих пор тайна»⁷.

Законы экстенциональности в широком смысле менее интуитивно очевидны, но они также должны быть приняты, ибо они эквивалентны законам экстенциональности в строгом смысле. В модальную логику следует включить и общий закон экстенциональности, «так как он справедлив для всех одноаргументных функторов классического исчисления высказываний и принят для модального функтора M »⁸.

Эти соображения по поводу экстенционального характера модальных функторов приводят Лукасевича к построению модальной логики, принципиально отличающейся от модальных систем, предлагавшихся Льюисом и следующими за ним авторами. Этой модальной логике, именуемой обычно \mathbb{L} -модальной системой (логикой)» или просто «системой \mathbb{L} », Лукасевич дает следующую аксиоматическую формулировку⁹.

Аксиомы:

1. $\vdash \delta p \supset (\delta \sim p \supset \delta q)$,
2. $\vdash p \supset Mp$,
3. $\vdash Mp \supset p$,
4. $\vdash Mp$.

Правила вывода:

(П1) если принимаются формулы $a \supset b$ и a , то принимается формула b (правило отделения для принимаемых выражений),

(П2) если принимается формула a и формула b получена из a подстановкой правильно построенной формулы вместо всех вхождений в a некоторой пропозициональной переменной, то b также принимается (правило подстановки для принимаемых выражений),

(П3) если принимается формула $a \supset b$ и вместе с тем b отбрасывается, то a также отбрасывается (правило отделения для отбрасываемых выражений),

(П4) если a получается подстановкой из b и a отбрасывается, то b также отбрасывается (правило подстановки для отбрасываемых выражений),

(П5) правило подстановки вместо функториальных переменных¹⁰.

Определение необходимости:

$$\delta \sim M \sim p \supset \delta Lp^{11}.$$

Если в качестве исходных терминов избираются импликация, отрицание и необходимость, аксиомы системы Ł таковы¹²:

$$1. \vdash \delta p \supset (\delta \sim p \supset \delta q),$$

$$2. \vdash Lp \supset p,$$

$$3. \vdash p \supset Lp,$$

$$4. \vdash \sim Lp.$$

δ -определение возможности:

$$\delta \sim L \sim p \supset \delta Mp.$$

Ł-модальная система имеет, как показывает Лукасевич, адекватную четырехзначную матрицу, позволяющую верифицировать «любую формулу, принадлежащую к системе, то есть доказать принимаемые формулы и опровергнуть отбрасываемые»¹³:

\supset	1	2	3	0	\sim	M	L
*1	1	2	3	0	0	1	2
2	1	1	3	3	3	1	2
3	1	2	2	2	2	0	0
0	1	1	1	1	1	3	0

Вместо используемого обычно понятия «характеристической матрицы» Лукасевич употребляет понятие «адекватной матрицы»: «матрица, которая верифицирует все формулы системы, то есть

доказывает принимаемые и опровергает отбрасываемые формулы, называется адекватной этой системе»¹⁴. В приводимом Лукасевичем доказательстве адекватности четырехзначной матрицы¹⁵ имеется ряд не вполне ясных мест. В нем опущено доказательство того, что не только аксиомы, но и правила вывода системы \mathcal{L} удовлетворяют этой матрице, то есть не позволяют получать из формул с выделенным значением формулы с невыделенным значением. В доказательстве того, что ни одна формула, не выводимая из аксиом \mathcal{L} , не верифицируется рассматриваемой матрицей, Лукасевич ограничивается ссылкой на то, что «сформулированное в терминах импликации и отрицания классическое исчисление высказываний, к которому матрично сводимы все формулы нашей модальной логики, является «насыщенным», то есть произвольная формула должна быть либо принята на основе аксиом этой логики, либо отброшена на основе аксиомы отбрасывания $\neg p$, легко выводимой с помощью подстановки из нашей аксиомы 3 или 4 »¹⁶. Разъяснение употребляемого Лукасевичем выражения «матрично редуцируема» и строгое доказательство адекватности четырехзначной матрице системе \mathcal{L} было дано Т. Смайли.¹⁷

Выделенным значением в указанной матрице является 1. Она представляет собой результат «перемножения» двузначных матриц, адекватных классическому исчислению высказываний. Процесс «умножения» строится таким образом, что четырехзначная матрица оказывается адекватной не только \mathcal{L} -модальной логике, но и классической логике высказываний¹⁸.

Процедура, называемая «умножением матриц» и позволяющая из двух одинаковых или разных двузначных функций получить четырехзначную, строится таким образом. Берутся матрицы исходных двузначных функций и из их элементов образуются упорядоченные пары, являющиеся элементами четырехзначной матрицы. Например, если в качестве элементов первой двузначной матрицы берутся *5 и 6, а в качестве элементов второй — *7 и 8, то элементами четырехзначной матрицы будут *(5, 7), (5, 8), (6, 7), (6, 8) (во избежание недоразумений в качестве элементов разных матриц используются разные цифры; звездочкой отмечены выделенные элементы). Затем определяются равенствами четырехзначные функции (буквы a и b представляют элементы одной двузначной матрицы, буквы x и y — элементы другой). Принимаемые Лукасевичем матрицы таковы:

$$(a, x) \supset (b, y) = (a \supset b, x \supset y),$$

$$\sim (a, x) = (\sim a, \sim x),$$

$$M(a, x) = (a, x \supset x),$$

$$W(a, x) = (a \supset a, x).$$

Подставляя вместо a и b значения 5 и 6, а вместо x и y значения 7 и 8 и вычисляя функцию справа от знака равенства в соответствии с двузначными матрицами (например, $(6, 7) \supset (6, 8) = (6 \supset 6, 7 \supset 8) = (5 \supset 8)$), получаем четырехзначную матрицу, элементами которой являются указанные пары элементов. Если ввести для них сокращенные обозначения (скажем, 1 вместо (5, 7), 2 вместо (5, 8), 3 вместо (6, 7) и 0 вместо (6, 8)), то получим обычную четырехзначную матрицу.

5.2. Три новые аксиоматизации Ł-модальной логики

Ł-модальная логика основывается Лукасевичем на пропозициональном исчислении, дополненном переменным функтором от одного пропозиционального аргумента. Для сопоставления этой логики с другими логическими теориями модальностей и для ряда других целей полезно выделить те ее тезисы, которые не содержат вхождений данного функтора. В предлагаемых далее трех аксиоматизациях данной логики решается эта задача. Они интересны также и в некоторых других отношениях.

В четырехзначной логике Лукасевича имеются два функтора, любой из которых может представлять возможность. Один из них обозначается через M , другой — через W . «Несмотря на их тождество, M и W ведут себя различно, когда они встречаются в одной и той же формуле. Они подобны одинаковым близнецам, которых нельзя различить, когда встречаешь их порознь, но которых тотчас же признают двумя людьми, когда видят их вместе»¹⁹. В обычном языке нет наименований для двух видов возможности, поэтому приходится говорить о « M -возможном» и « W -возможном».

Аналогичная ситуация имеет место и в случае необходимости. В четырехзначной логике есть два функтора, каждый из которых может представлять необходимость. Один из них обозначается через L , другой — через P . Эти функторы ведут себя различно только тогда, когда они встречаются в одной и той же формуле. Для перевода содержащих их выражений на «обычный» язык мы используем обороты « L -необходимо» и « P -необходимо».

Лукасевич подчеркивает, что его Ł-модальная логика является расширением основной модальной логики принципом экстенциональности для L или M ²⁰. Используя это обстоятельство, Ł-логике можно дать следующую аксиоматическую формулировку:

A0. \vdash Полное множество аксиом классической пропозициональной логики,

A1. $\vdash Lp \supset p$,

A2. $\vdash (p \supset q) \supset (Lp \supset Lq)$,

A3. $\vdash p \supset Lp$,

A4. $\vdash \sim Lp$.

Правилами вывода являются правила подстановки и отделения для принимаемых и отбрасываемых выражений (правила П1-П4 принадлежащей Лукасевичу аксиоматизации Ł-логики).

Определения:

$Mp =_{df} \sim L \sim p$,

$Wp =_{df} \sim p \supset L \sim p$,

$Pp =_{df} \sim (p \supset Lp)$.

Исходными символами первой новой аксиоматизации Ł-модальной логики являются L , \supset , \sim и скобки.

Аксиомы:

L0. \vdash Полное множество аксиом классической пропозициональной логики,

L1. $\vdash Lp \supset p$,

L2. $\vdash Lp \supset (p \supset Lq)$,

L3. $\vdash p \supset Lp$,

L4. $\vdash \sim Lp$.

Правилами вывода являются правила П1-П4 предыдущей аксиоматизации.

Определения:

$Pp =_{df} \sim (p \supset Lp)$,

$Mp =_{df} \sim L \sim p$,

$Wp =_{df} \sim P \sim p$.

Две приведенные аксиоматизации Ł-логики различаются, если не считать определений, только тем, что во второй из них вместо формулы

A2. $\vdash (p \supset q) \supset (Lp \supset Lq)$

взята в качестве аксиомы более простая формула

L2. $\vdash Lp \supset (p \supset Lq)$.

Согласно последней, если имеется хотя бы одно истинное аподиктическое, или необходимое, высказывание, то каждое истинное высказывание является аподиктическим. Так как очевидно, что не все истинные высказывания необходимы и что в противном случае модальная логика была бы невозможна, данную формулу можно истолковать как отрицание существования апо-

диктических истин. Нетрудно показать, что формулы $A2$ и $L2$ дедуктивно эквивалентны на базе пропозициональной логики, дополненной формулой $Lp \supset p$.

Используя в качестве исходного понятие возможности, Ł -модальной логике можно дать такую аксиоматическую формулировку:

$M0$. \vdash Полное множество аксиом классической пропозициональной логики,

$$M1. \vdash p \supset Mp,$$

$$M2. \vdash \sim q \supset (Mq \supset Mp),$$

$$M3. \vdash Mp$$

$$M4. \vdash Mp \supset p.$$

Правилами вывода являются, как и ранее, $П1-П4$.

Определения:

$$Lp =_{df} \sim M \sim p,$$

$$Wp =_{df} Mp \supset p,$$

$$Pp =_{df} \sim W \sim p.$$

Согласно аксиоме $M2$, если возможно хотя бы одно ложное высказывание, то возможным является всякое высказывание.

Заменив в аксиомах $L1-L4$ L на P и в соответствующих им определениях P на L , M на W и W на M , можно получить аксиоматизацию Ł -модальной логики, использующую в качестве несобственных символов P , \supset , \sim и скобки. Замена в аксиомах $M1-M4$ M на W и в определениях W на M , L на P и P на L дает аксиоматику, в число исходных символов которой входит модальный функтор W .

Исходным несобственным символом еще одной новой аксиоматической формулировки Ł -модальной логики являются функтор T , \supset , \sim и скобки.

Аксиомы:

$T0$. \vdash Полное множество аксиом классической пропозициональной логики,

$$T1. \vdash Tp \supset Tq,$$

$$T2. \vdash p \supset Tp,$$

$$T3. \vdash p \supset \sim(p \supset Tp).$$

Правилами вывода являются $П1-П4$.

Определения:

$$Lp =_{df} \sim(p \supset Tp),$$

$$Mp =_{df} \sim L \sim p$$

$$Pp =_{df} \sim(p \supset Lp)$$

$$Wp =_{df} \sim P \sim p$$

$$\text{или } Mp =_{df} \sim p \supset T \sim p,$$

$$\text{или } Pp =_{df} \sim(p \supset \sim(p \supset Tp)),$$

$$\text{или } Wp =_{df} Mp \supset p, \quad Wp =_{df} (\sim p \supset T \sim p) \supset p.$$

Вместо этих определений парных функторов необходимости и возможности может быть принята следующая группа определений:

$$\begin{aligned}
 Pp &=_{df} \sim(p \supset Tp), \\
 Wp &=_{df} \sim P \sim p & \text{ или } & Wp =_{df} \sim p \supset T \sim p, \\
 Lp &=_{df} \sim(p \supset Pp) & \text{ или } & Lp =_{df} \sim(p \supset \sim(p \supset Tp)), \\
 Mp &=_{df} \sim L \sim p & \text{ или } & Mp =_{df} Wp \supset p, \quad Mp =_{df} (\sim p \supset T \sim p) \supset p.
 \end{aligned}$$

Определения L - и P -необходимости в терминах функтора T совпадают по своей структуре с определениями функтора необходимости \mathbb{L} -модальной логики в терминах неинтерпретируемой пропозициональной константы Y и константы f_3 , которой приписано значение 3:

$$Lp =_{df} \sim(p \supset Y) \quad \text{и} \quad Lp =_{df} \sim(p \supset f_3)^{21}.$$

В матричном построении \mathbb{L} -модальной логики модальные функторы P и W определяются матрицей:

p	1	2	3	0
Pp	3	0	3	0
Wp	1	2	1	2

Если при этом принимаются определения первой из указанных групп, то функтору T должна быть поставлена в соответствие матрица:

p	1	2	3	0
Tr	3	3	3	3

В случае принятия второй группы определений этому функтору ставится в соответствие матрица:

p	1	2	3	0
Tr	2	2	2	2

Доказательство дедуктивной эквивалентности первой и второй аксиоматизаций \mathbb{L} -модальной логики является достаточно простым, и достаточно ограничиться указанием требуемого для него определения T в терминах L :

$$Tr =_{df} p \supset \sim(\sim Lp \supset L \sim p).$$

Исходными несобственными символами третьей новой аксиоматизации \mathbb{L} -модальной логики являются \supset , $\&$ и два оператора необходимости, L и P (для сокращения числа скобок используется группировка влево; точка заменяет левую скобку).

АКСИОМЫ:

1. $\vdash ((Lp \supset Pp \supset Pp) \supset (Lq \supset Pq \supset Pq \supset . Lr \supset Pr \supset Pr)) \supset ((Lp \supset Pp \supset Pp \supset . Lq \supset Pq \supset Pq) \supset (Lp \supset Pp \supset Pp \supset . Lr \supset Pr \supset Pr))$
2. $\vdash (Lp \supset Pp \supset Pp) \supset (Lq \supset Pq \supset Pq \supset . Lp \supset Pp \supset Pp)$
3. $\vdash (Lp \supset Pp \supset Pp) \& (Lq \supset Pq \supset Pq) \supset (Lp \supset Pp \supset Pp)$
4. $\vdash (Lp \supset Pp \supset Pp) \& (Lq \supset Pq \supset Pq) \supset (Lq \supset Pq \supset Pq)$
5. $\vdash (Lp \supset Pp \supset Pp \supset . Lq \supset Pq \supset Pq) \& (Lp \supset Pp \supset Pp \supset . Lr \supset Pr \supset Pr) \supset ((Lp \supset Pp \supset Pp) \supset (Lq \supset Pq \supset Pq) \& (Lr \supset Pr \supset Pr))$
6. $\vdash ((Lp \supset Pp) \& (Pp \supset Lp) \supset (Lq \supset Pq) \& (Pq \supset Lq)) \supset (Lq \supset Pq \supset Pq \supset . Lp \supset Pp \supset Pp)$
7. $\vdash (Lp \supset Pp \supset Pp \supset . Lq \supset Pq \supset Pq) \supset (Lp \supset Lq)$
8. $\vdash (LLp \supset PLp) \& (PLp \supset LLp)$
9. $\vdash (Lp \supset Pp \supset Pp \supset Lp)$

Правилами вывода являются, как и ранее, П1-П4.

Определения:

- $$p =_{df} Lp \supset Pp \supset Pp,$$
- $$\sim p =_{df} (Lp \supset Pp) \& (Pp \supset Lp),$$
- $$p \vee q =_{df} p \supset q \supset q,$$
- $$Mp =_{df} \sim L \sim p,$$
- $$Wp =_{df} \sim P \sim p.$$

В первом из этих определений выражение p должно, очевидно, пониматься как простое утверждение истинности высказывания p , отличное как от слабого утверждения истинности этого высказывания (Mp), так и от сильного утверждения его истинности (Lp). Во втором определении выражение $\sim p$ должно сходным образом пониматься как простое утверждение ложности высказывания p , лежащее между слабым ($M \sim p$) и сильным ($L \sim p$) ее утверждениями.

Эта последняя аксиоматизация обладает рядом примечательных особенностей. Обычные формулировки модальных систем получаются путем присоединения к аксиомам и правилам вывода пропозициональной логики некоторых дополнительных аксиом и, возможно, правил вывода, содержащих модальные функторы. В приведенной аксиоматике нет отдельной группы аксиом пропозициональной логики. Более того, в аксиомах 1-9 вообще не встречаются немодализированные пропозициональные переменные, т. е. переменные, не находящиеся в поле действия того или иного модального функтора. В число исходных символов входят одновременно два функтора необходимости, но не входит отрицание, определяемое через имеющиеся связи. Система связей, включающая L , P , $\&$ и \supset , является независимой. В частности, из

нее не может быть исключена конъюнкция: если p принимает значение 1, значением Lp является 2, а значением Pp — 3; никакая импликация, составленная из выражений со значениями 2 и 3, не способна принять значение 0; следовательно, отрицание не может быть определено через два функтора необходимости и импликацию.

Воспользовавшись определениями выражений p и $\sim p$, можно показать, что в рассматриваемой аксиоматической системе доказуемы утверждения:

- $\vdash (p \supset . q \supset r) \supset (p \supset q \supset . p \supset r)$,
- $\vdash p \supset (q \supset p)$,
- $\vdash (\sim p \supset \sim q) \supset (q \supset p)$,
- $\vdash (p \supset q) \supset (Lp \supset Lq)$,
- $\vdash p \ \& \ q \supset p$,
- $\vdash p \ \& \ q \supset q$,
- $\vdash (p \supset q) \ \& \ (p \supset r) \supset (p \supset q \ \& \ r)$,
- $\nmid \sim Lp$,
- $\nmid p \supset Lp$,
- $\vdash Lp \supset p$.

Это означает, что в данной системе содержится система, определяемая аксиомами $A0$ - $A4$ и правилами $П1$ - $П4$. С другой стороны, нетрудно показать, что в последней доказуемы аксиомы I - 9 . Из этого следует, что данные две системы дедуктивно эквивалентны.

6.2. Определения модальных функторов в терминах материальной импликации и констант

Примем следующее определение необходимости в терминах материальной импликации, отрицания и пропозициональной константы Y :

$$Lp =_{df} \sim (p \supset Y).$$

Нетрудно показать, что в обычном пропозициональном исчислении, дополненном этим определением, доказуемы формулы $Lp \supset p$, $p \supset q \supset . Lp \supset Lq$ и что в нем не могут быть доказаны формулы $p \supset Lp$ и $\sim Lp$.

Возможность может быть определена или в терминах отрицания и необходимости обычным образом, или же в терминах отрицания, импликации и константы:

$$Mp =_{df} \sim p \supset Y.$$

Таким образом, Ł-модальная система Лукасевича содержит в двузначном пропозициональном исчислении, дополненном определением необходимости в терминах импликации, отрицания и пропозициональной константы и определением возможности в терминах отрицания и необходимости.

Вместо константы Y в определении необходимости может быть использована фиксированная переменная. Обозначим ее буквой « δ ». Определение L принимает в этом случае вид:

$$Lp =_{df} \sim (p \supset \delta);$$

« δ » является переменной в том смысле, что она, подобно остальным пропозициональным переменным, может принимать одно из двух значений («истину» или «ложь»). Она фиксирована в том смысле, что должна быть одной и той же во всех правильно построенных частях исходной формулы исчисления высказываний, заменяемых в соответствии с определением L L -выражениями. Иными словами, пп-части формулы исчисления высказываний вида $\sim (A \supset \delta)$ могут быть заменены выражениями вида LA , если и только если во всех этих частях консеквентом является одна и та же переменная. Например, из формулы $p \supset q \supset . \sim (p \supset r) \supset \sim (q \supset r)$ обычного исчисления высказываний может быть получена формула $p \supset q \supset . Lp \supset Lq$ путем замены пп-частей $\sim (p \supset r)$ и $\sim (q \supset r)$ в соответствии с определением L пп-частями Lp и Lq , так как консеквентом обеих правых частей является одна и та же переменная r . Но из формулы $p \supset q \supset . \sim (p \supset r) \supset \sim (q \supset s)$ не может быть получена формула $p \supset q \supset . Lp \supset Lq$, так как заменяемые пп-части $\sim (p \supset r)$ и $\sim (q \supset s)$ имеют разные консеквенты.

Обратимся, далее, к матричному построению Ł-модальной системы Лукасевича.

В качестве определений модальных функторов «необходимо» и «возможно» в терминах импликации и отрицания разными авторами использовались такие определения:

$$Mp =_{df} \sim (p \rightarrow \sim p),$$

$$Mp =_{df} \sim ((\sim p \rightarrow \sim p) \rightarrow \sim p),$$

$$Lp =_{df} \sim p \rightarrow p,$$

$$Lp =_{df} (p \rightarrow p) \rightarrow p,$$

где \rightarrow обозначает в первой строке строгую, а во второй сильную импликацию. (Определение $Lp =_{df} (p \rightarrow p) \rightarrow p$ применялось также в исчислении чистой строгой импликации.)

Ни одно из этих определений не может быть использовано в качестве определения модальных функторов в терминах импликации и отрицания в случае модальной системы Лукасевича.

Выражения $\sim(p \rightarrow \sim p)$, $\sim p \rightarrow p$ и $(p \rightarrow p) \rightarrow p$ эквивалентны простому p , если « \rightarrow » обозначает четырехзначную материальную импликацию.

Можно показать, что функторы L -модальной системы определены в терминах четырехзначной импликации, отрицания и константы.

Лукаевич показал, что модальный функтор M (или его «близнец» W) вместе с импликацией и отрицанием достаточны для определения всех остальных функций от одного аргумента. Поэтому для доказательства того, что в многозначной системе с импликацией и двумя константами в качестве исходных символов определены все остальные функции от одного аргумента, достаточно показать, что в терминах импликации и констант f_0 и f_2 определены отрицание Лукаевича и его функтор M . Требуемые для этого определения таковы:

$$\sim p =_{df} p \supset f_0 \quad Mp =_{df} f_2 \supset p.$$

p	$p \supset f_0$	$f_2 \supset p$
1	0	1
2	3	1
3	2	3
0	1	3

Возможность указанного определения M предвидится, по существу, самим Лукаевичем, обращающим внимание на тот факт, что вторая строка матрицы для импликации идентична колонке M , т. е. что эта строка представляет матрицу возможности²².

Третья строка матрицы импликации идентична с матрицей функтора W , следовательно, этот функтор может быть определен в терминах константы f_3 , которой приписано значение 3, таким образом:

$$Wp =_{df} f_3 \supset p.$$

Константа f_3 определима с помощью f_2 и отрицания:

$$f_3 =_{df} \sim f_2,$$

а также в терминах констант f_0 , f_2 и импликации:

$$f_3 =_{df} f_2 \supset f_0$$

В качестве исходных констант могут быть избраны f_0 и f_3 вместо f_0 и f_2 соответственно.

Функтор L определим в терминах возможности и отрицания, или в терминах импликации и констант f_0 и f_2 :

$$Lp =_{df} (p \supset . f_2 \supset f_0) \supset f_0$$

С использованием константы f_3 это определение принимает вид:

$$Lp =_{df} p \supset f_3 \supset f_0$$

Используя определимость отрицания через константу f_0 , можно придать последнему определению вид:

$$Lp =_{df} \sim (p \supset f_0).$$

Это определение необходимости отличается по своей структуре от использовавшегося ранее определения необходимости только наличием константы f_3 на месте константы f_0 .

7.2. Ł-модальная логика и классическая логика высказываний

Предложенная Лукасевичем четырехзначная матрица является адекватной матрицей не только Ł-модальной логики, но и классического пропозиционального исчисления. В связи с этим Лукасевич замечает, что все формулы Ł-логики «матрично сводимы» к классическому исчислению²³.

Связь между Ł-модальной логикой и классической логикой высказываний рассматривалась Т. Смайли²⁴. Смайли показал, что Ł-логика эквивалентна логической системе *OPC*, отличающейся от двухзначного пропозиционального исчисления только тем, что в ней вместо доказуемого в этом исчислении принципа

$$Op \supset p$$

принимается более слабый принцип

$$O(Op \supset p)$$

(о функторе *O* см. далее). Особенностью системы Ł, затрудняющей ее сопоставление с другими логическими системами, является использование функциональных переменных. Касающиеся их правило подстановки позволяет переходить от теоремы, включающей такую переменную, к любой формуле, подпадающей под соответствующую теоремную схему. Например, от

$$\delta p \supset (\delta \sim p \supset \delta q)$$

можно перейти к любому частному случаю схемы

$$\mathcal{O}(p) \supset (\mathcal{O}(\sim p) \supset \mathcal{O}(q)),$$

в которой выражения $\mathcal{O}(p)$ и $\mathcal{O}(q)$ представляют правильно построенные формулы, различающиеся только тем, что во второй из них вместо p везде стоит q . Смайли отказывается от употребления функциональных переменных, замещая аксиому Лукасевича, в которой они встречаются, соответствующей аксиомной схемой.

Даваемая им аксиоматизация Ł-логики включает помимо правила отделения и правила подстановки только одну аксиомную схему и одну аксиому:

$$S1. \quad \emptyset(p) \supset (\emptyset(\sim p) \supset \emptyset(q)),$$

$$S2. \quad p \supset Mp.$$

Наряду с понятием «принятия формулы» Лукасевич вводит также понятие «отбрасывания формулы». Смайли указывает, что в аксиоматическом определении последнего понятия нет необходимости, так как к отбрасываемым формулам относятся те и только те формулы Ł-логики, которые не являются ее теоремами.

Система *OPC* определяется Смайли следующими аксиомными схемами и правилами вывода:

$$A1. \quad \text{Все тавтологии двузначной логики высказываний}$$

$$A2. \quad O(A \supset B) \supset (OA \supset OB)$$

$$A3. \quad O(OA \supset A)$$

$$A4. \quad A \supset OA$$

(П1) если A и $A \supset B$, то B .

Если к *OPC* прибавить аксиомную схему

$$OA \supset A,$$

то выражение OA окажется эквивалентным A и результирующая система будет ни чем иным, как обычным пропозициональным исчислением, сформулированным с использованием одноаргументного функтора O , не изменяющего истинностного значения той формулы, перед которой он стоит.

Интерес к системе *OPC* связан с тем, что она эквивалентна классическому пропозициональному исчислению, расширенному путем введения в его алфавит пропозициональной константы. Пусть A является формулой *OPC*, а A_T – результат замены всех вхождений в A функтора O вхождениями выражения $(T \supset \dots)$, где T – пропозициональная константа. (Другими словами, $A_T =_{df} A$, если A – пропозициональная переменная, $(\sim A)_T =_{df} \sim A_T$, $(A \supset B)_T =_{df} A_T \supset B_T$ и т. д., $OA_T =_{df} T \supset A_T$). В таком случае формула A доказуема в *OPC*, если и только если формула A_T доказуема в классическом исчислении, то есть является тавтологией²⁵.

Смайли указывает преобразование, позволяющее перевести каждую формулу системы *OPC* в формулу системы Ł и наоборот: функтору O первой системы ставится в соответствие функтор M второй, отрицанию – отрицание, импликации – импликация и т. д.

Системы *OPC* и Ł эквивалентны в том смысле, что если формулы A_1 и A_2 связаны данным преобразованием, первая из них доказуема в *OPC* в том и только том случае, когда вторая доказуема в Ł²⁶.

Так как система *ОРС* эквивалентна классическому пропозициональному исчислению, дополненному пропозициональной константой, а система \mathbb{L} эквивалентна *ОРС*, то \mathbb{L} также оказывается эквивалентной данному расширению классического исчисления.

8.2. Система \mathbb{L} и интуиционистская логика высказываний

Среди шестнадцати определяемых в \mathbb{L} -модальной логике одноаргументных функторов имеются два функтора, которые можно назвать *P*- и *Q*-отрицанием. Эти функторы во многом напоминают интуиционистское отрицание. Для них верны принципы

$$\begin{array}{ll} p \supset PPP & p \supset QQp, \\ (p \supset q) \supset (Pq \supset Pp) & (p \supset q) \supset (Qq \supset Qp), \\ (p \supset Pq) \supset (q \supset Pp) & (p \supset Qq) \supset (q \supset Qp), \\ P(p \ \& \ Pp) & Q(p \ \& \ Qp), \end{array}$$

но не верны принципы

$$\begin{array}{ll} PPP \supset p & QQp \supset p, \\ (Pp \supset Pq) \supset (q \supset p) & (Qp \supset Qq) \supset (q \supset p), \\ (Pp \supset q) \supset (Pq \supset p) & (Qp \supset q) \supset (Qq \supset p), \\ p \vee Pp & p \vee Qp. \end{array}$$

Именно на этом основании данные функторы уместно назвать «отрицаниями».

В терминах этих отрицаний выразимы оба вида возможности:
 $Mp \equiv PPP$ и $Wp \equiv QQp$.

Учитывая это обстоятельство, а также то, что *P* и *Q* подобны по своим свойствам интуиционистскому отрицанию, можно предположить, что \mathbb{L} -модальная логика Лукасевича содержится в интуиционистской логике высказываний в случае таких определений модальных понятий:

$$\begin{array}{l} Mp =_{Df} \neg \neg p, \\ Lp =_{Df} \sim M \sim p \text{ или} \\ Lp =_{Df} \sim \neg \neg \sim p. \end{array}$$

В этих определениях \sim является знаком классического отрицания, а \neg — знаком интуиционистского. В качестве знака для интуиционистской импликации будем использовать \rightarrow ; \cdot будет знаком интуиционистской конъюнкции.

Лукаевич в статье «Об интуиционистской логике высказываний»²⁷ показал, что в этой логике можно определить такие функции, для которых будут верными все тезисы классического исчисления высказываний, сформулированного в терминах импликации и отрицания. Это означает, что классическая логика высказываний является частью интуиционистской логики, расширенной соответствующими определениями. Для погружения Ł-модальной логики в интуиционистскую достаточно поэтому показать, что модальные аксиомы первой доказуемы во второй. В приводимых далее выводах используются в качестве посылок следующие принципы интуиционистской логики высказываний:

- (1) $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$,
- (2) $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow r \rightarrow p \rightarrow r)$,
- (3) $(p \rightarrow q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q \rightarrow p \rightarrow r)$,
- (4) $p \rightarrow (q \rightarrow p)$,
- (5) $p \rightarrow \neg\neg p$,
- (6) $\neg q \rightarrow (q \rightarrow p)$ ²⁸.

Используется также принцип

- (7) $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \supset q)$,

который, как показал Лукаевич, доказуем в интуиционистской логике, дополненной определением классической импликации в терминах интуиционистской конъюнкции и отрицания:

$$p \supset q =_{df} \neg(p \cdot \neg q)^{29}.$$

И наконец, используется определение

- (8) $\sim p =_{df} \neg p$,

предполагавшееся Лукаевичем, отождествлявшим интуиционистское и классическое отрицание.

Для того, чтобы показать, что Ł-модальная логика содержится в интуиционистской логике высказываний, расширенной определениями классических импликации и отрицания, необходимо показать, что в последней доказуемы формулы

$$p \supset \neg\neg p \quad \text{и} \quad \neg q \supset (\neg\neg q \supset \neg\neg p),$$

соответствующие модальным аксиомам

$$\vdash p \supset Mp \quad \text{и} \quad \vdash \neg q \supset (Mq \supset Mp).$$

Требуемые для этого выводы таковы (цифры в круглых скобках отсылают к указанным ранее принципам интуиционистской логики):

- | | |
|--|-----------------|
| 1. $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$ | [посылка (1)] |
| 2. $(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow \neg\neg p)$ | [1, p/¬p, q/¬q] |
| 3. $(q \rightarrow p) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg q)$ | [1, p/q, q/p] |
| 4. $(q \rightarrow p) \rightarrow (\neg\neg q \rightarrow \neg\neg p)$ | [3, 2, (2)] |

5. $(p \rightarrow (q \rightarrow p))$ [(4)]
 6. $(q \rightarrow p \rightarrow. \neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (\sim q \rightarrow (q \rightarrow p \rightarrow. \neg q \rightarrow \neg p))$
 [5, $p/q \rightarrow p \rightarrow. \neg q \rightarrow \neg p, q/\sim q$]
 7. $\sim q \rightarrow (q \rightarrow p \rightarrow. \neg q \rightarrow \neg p)$ [4, 6]
 8. $(\sim q \rightarrow. q \rightarrow p) \rightarrow (\sim q \rightarrow. \neg q \rightarrow \neg p)$ [7, (3)]
 9. $\sim q \rightarrow (q \rightarrow p)$ [(6), (8)]
 10. $\sim q \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$ [8, 9]
 11. $(q \rightarrow p) \rightarrow (q \supset p)$ [(7)]
 12. $(\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (\neg q \supset \neg p)$ [11, $q/\neg q, p/\neg p$]
 13. $\sim q \rightarrow (\neg q \supset \neg p)$ [10, 12, (2)]
 14. $\sim q \supset (\neg q \supset \neg p)$ [13, (7)]
 15. $\sim q \supset (Mq \supset Mp)$ [14, DfM]

1. $p \rightarrow \neg p$ [5]
 2. $p \supset \neg p$ [1, 7]
 3. $p \supset Mp$ [2, DfM]

Так как правила вывода интуиционистской и Ł-модальной логик совпадают, этим заканчивается доказательство того, что первая из них содержит вторую.

9.2. Ł-модальная логика как теория переменных функторов

А. Прайором была предложена интересная интерпретация Ł-модальной логики, позволяющая объяснить с единой точки зрения многие из тех ее черт, которые кажутся на первый взгляд довольно странными³⁰. Основная идея этой интерпретации состоит в истолковании модальных функторов системы Ł не как постоянных одноаргументных функторов четырехзначной логики, а как переменных одноаргументных функторов двужначной логики.

Прайор отмечает, что хотя выражение «возможно p » имеет много значений, существуют тем не менее верхняя и нижняя границы этих значений. Данным выражением никогда не утверждается больше того, что высказывание p действительно истинно, и никогда не утверждается меньше того, что p истинно, если оно истинно. Сходным образом «необходимо p » никогда не утверждает меньше того, что p истинно, и никогда не утверждает больше того, что p одновременно истинно и ложно.

Во всякой модальной системе, за исключением модальной логики Лукасевича, предполагается, что эти границы лежат вне области допустимых значений модальных понятий. Принимается, в частности, что утверждение «возможно p » не только не сильнее, но определенно слабее простого p : первое может быть истинным даже в тех случаях, когда второе ложно; принимается также, что «возможно p » не только не слабее, но определенно сильнее, чем «если p , то p »: данное условное высказывание истинно даже для невозможного p .

Особенность Ł-модальной системы в том, что ее аксиомы и теоремы справедливы не только для промежуточных значений понятий «возможно» и «необходимо», но и для их предельных значений. Формула этой системы является законом, если и только если она превращается в тавтологию двузначной логики как при замене Mp и Lp на p , так и при замене Mp на $p \supset p$ и Lp на $p \ \& \ \sim p$. Иными словами, адекватная четырехзначная матрица Лукасевича, сконструирована таким образом, что некоторая формула верифицируется ею в том и только в том случае, когда эта формула верифицируется каждой из двух следующих двузначных матриц, в которых 1 и 0 представляют соответственно «истину» и «ложь»:

\supset	1	0	\sim	M	L
*1	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0

\supset	1	0	\sim	M	L
*1	1	0	0	1	0
0	1	1	1	1	0

Это означает, что функтор M Ł-модальной системы ведет себя так, как если бы он был не постоянным, а переменным функтором, способным стоять либо вместо простого «имеет место, что» либо вместо «если имеет место что-то, то оно имеет место».

Например, импликация $p \supset Mp$ является законом, потому что переходит в тавтологию классической логики высказываний как в случае замены Mp на p , так и в случае замены Mp на $p \supset p$; формулы $Mp \supset p$ и Mp не доказуемы в системе Ł, поскольку замена в первой из них Mp на $p \supset p$, а во второй Mp на p дает формулы, не являющиеся двузначными тавтологиями. Сходным образом ведет себя

и функтор L : теоремами Ł -модальной системы являются формулы, содержащие L , которые переходят в тавтологии классической логики при замене Lp на p и при замене Lp на $p \ \& \ \sim p$. Можно, следовательно, сказать, что человек употребляет выражение «возможно p » в смысле Лукасевича, если он пытается сообщить одним, что p истинно, и одновременно убедить других, что им ничего, кроме тавтологии, не утверждается.

Намек на возможность истолкования модальных понятий как переменных функторов, способных принимать одно из двух значений, содержится уже в одной из самых первых статей Лукасевича по модальной логике. В ней он замечает, что для одновременного утверждения принципов

$$\sim Mp \supset \sim p \quad \text{и} \quad \sim p \supset \sim Mp,$$

кажущихся ему необходимыми характеристиками «возможности», нужно принять, что в одних случаях Mp представляет простое p , а в других — выражение $p \supset p$ ³¹. В статье 1953 г. Лукасевич прямо указывает на возможность той интерпретации Ł -модальной логики, которая дается Прайором: «Очевидно, что формулы с M являются произведением формул, верифицируемых через S (утверждение) и V (истина). Формула $p \supset Mp$ принимается, так как она принята для $M=S$ и $M=V$. Формулы $Mp \supset p$ и Mp отбрасываются, поскольку первая из них отбрасывается для $M=V$, а вторая для $M=S$ »³². В этой работе Лукасевич указывает также, что различие двух видов возможности, M -возможности и W -возможности, связано с простой перестановкой умножаемых элементов матриц и является поэтому всего лишь различием в способе записи.

Истолкование функтора «возможно» Ł -модальной логики как переменного двузначного истинностно-функционального функтора, способного принимать одно из двух значений — p и $p \supset p$, — позволяет представить эту логику как теорию общих свойств форм p и $p \supset p$, подобную, например, описанию общих свойств форм $p \supset q$ и $p \equiv q$, данному Е. Расевой³³. Следует ли эту теорию относить к модальной логике?

Если M и L понимаются как переменные функторы, то трудно утверждать, что система Ł является модальной. Прежде всего, нелегко решить, включает ли она основную модальную логику. Функторы последней должны, по определению Лукасевича, образовывать высказывания из высказываний. Но «возможно» и «необходимо» Ł -логики образуют, согласно Прайору, не высказывания, а «общие формы» двух высказываний. Например, приписывание M к высказыванию « $2+2=5$ » дает не выражение, имеющее

определенное истинностное значение, а то, что можно назвать «открытым высказыванием» и что превращается в высказывание в обычном смысле, когда переменной M придается одно из двух возможных ее значений. Выражение « $M(2+2=5)$ » является не высказыванием, но только общей формой высказываний « $2+2=5$ » и «если $2+2=5$, то $2+2=5$ ».

Можно, конечно, допустить, что функторы основной модальной логики образуют из высказываний не обычные, а *открытые*, или неопределенные, высказывания. Последние не являются ни истинными, ни ложными и принимают определенное истинностное значение только в случае замены входящих в них переменных некоторыми постоянными или в случае связывания этих переменных кванторами. К «открытым» и «неполным» высказываниям следует, очевидно, отнести все выражения, имеющие форму высказываний, но содержащие свободные переменные и не имеющие в силу этого однозначно определенного истинностного значения. К открытым относятся, в частности, высказывания с временными переменными («сейчас холодно»), пространственными переменными («Сократ пошел направо»), высказывания, представляющие собой общую форму двух или более высказываний («возможно, что $2+2=5$ », если «возможно» является переменным функтором) и т. п.³⁴

Однако принятие этого допущения приводит к тому, что в число модальных систем попадет и обычная теория квантификации. Кванторы образуют высказывания из открытых высказываний; законами теории квантификации являются принципы

$$\emptyset x \supset (\exists x) \emptyset x \quad \text{и} \quad (\forall x) \emptyset x \supset \emptyset x,$$

соответствующие

$$p \supset Mp \quad \text{и} \quad Lp \supset p,$$

и в ней отбрасываются принципы

$$\begin{aligned} &(\exists x) \emptyset x \supset \emptyset x, \\ &\emptyset x \supset (\forall x) \emptyset x, \\ &(\exists x) \emptyset x, \\ &\sim (\forall x) \emptyset x, \end{aligned}$$

соответствующие

$$\begin{aligned} Mp \supset p, & & p \supset Lp, \\ Mp, & & \sim Lp. \end{aligned}$$

Сам Лукасевич вряд ли согласился бы с таким расширением модальной логики, так как с точки зрения его интерпретации Ł-модальной логики «необходимо» и «возможно» являются не переменными двужначными функторами, а постоянными четырехзначными функторами, образующими из высказываний высказывания.

Таким образом, предлагаемое Прайором истолкование Ł-логики как теории переменных двузначных функторов не вполне согласуется с интерпретацией этой логики, данной самим Лукасевичем. Необходимо также учитывать, что с введением кванторов различие между этими двумя истолкованиями становится «формальным», или синтаксическим, различием в рамках самой системы. Формулы, в которых модальный функтор связан одним из кванторов, будут правильно построенными в случае истолкования Прайора: модальные функторы являются переменными и они могут, подобно иным переменным, связываться кванторами. Но с точки зрения Лукасевича эти формулы должны быть исключены из числа правильно построенных: если модальные функторы являются логическими постоянными, то к ним, как и ко всем константам, кванторы не приложимы.

Однако, несмотря на несовпадение интерпретаций Ł-модальной логики, данных Лукасевичем и Прайором, интерпретация последнего имеет, как это будет ясно из дальнейшего, несомненный самостоятельный интерес.

10.2. Ł-модальная логика и модальные системы К. Льюиса

Ł-модальная система принципиально отлична от хорошо известных и являющихся в определенном смысле классическими систем *S1-S5* Льюиса и систем, близких им³⁵. Мы ограничимся простым перечислением основных различий и обсудим более подробно только наиболее важные и интересные из них³⁶.

В системе Ł не доказуемы аподиктические утверждения и даже для произвольного осмысленного ее выражения α верны тезисы

$$\vdash L\alpha \quad \text{и} \quad \vdash \sim L\alpha.$$

В модальных системах Льюиса такие утверждения могут быть получены с помощью различных вариантов «*правила необходимости*», позволяющего предварять знаком необходимости все или только некоторые доказанные положения. В системах *S4-S5* имеет силу правило «если доказуемо средствами рассматриваемой системы выражение α , то доказуемо также выражение $L\alpha$ ». Это правило отсутствует в системах *S1-S3*, но в них справедлив ослабленный вариант правила необходимости: «если α доказуемо средствами классической пропозициональной логики (является тавтологией), то доказуемо $L\alpha$ ». Кроме того, системы *S1-S3* могут

быть без противоречия расширены любым более сильным вариантом данного правила. В \mathbb{L} -логике никакая формулировка правила необходимости не имеет места и присоединение к этой логике даже наиболее слабой его формулировки немедленно ведет к противоречию.

В системах $S6$ - $S8$, представляющих собой модификации модальных систем Льюиса, докажем «закон двойной возможности», MMp . В $S1$ - $S3$ он отсутствует, но может быть без противоречия присоединен к любой из них. Система \mathbb{L} не совместима с данным законом, хотя в ней доказуемы такие близкие к нему утверждения как MWp и WMp , включающие два понятия возможности.

\mathbb{L} -модальная логика имеет четырехзначную характеристическую (адекватную) матрицу. Ни для одной из систем $S1$ - $S5$ не существует характеристической матрицы с конечным числом значений.

В системах $S1$ - $S5$ используются обычные определения, вводимые с помощью особого знака « \equiv_{Df} », связанного со специальным правилом, разрешающим заменять определяемое на определяющее, и наоборот. В \mathbb{L} -логике применяются δ -определения, имеющие вид импликаций. Например, выражение

$$\delta(\sim p \supset q) \supset \delta(p \vee q)$$

представляет собой определение дизъюнкции. В рамках системы, содержащей переменные функторы, оно позволяет любое выражение, содержащее $\sim p \supset q$, непосредственно преобразовать в другое выражение, в котором $\sim p \supset q$ замещено на $p \vee q$.

В \mathbb{L} , как и в $S5$, имеется только четыре несводимых комбинации функторов M и \sim (или L и \sim), а именно: M (возможно), $\sim M$ (невозможно), $M \sim$ (ненеобходимо) и $\sim M \sim$ (необходимо).

Однако метод редукции в этих системах не одинаков. Редукционными эквивалентностями в \mathbb{L} являются

$$MMp \equiv Mp \quad \text{и} \quad M \sim Mp \equiv M \sim p.$$

В $S5$ редукция осуществляется с помощью формул

$$MMp \equiv Mp \quad \text{и} \quad M \sim Mp \equiv \sim Mp.$$

Последняя из этих формул кажется Лукасевичу совершенно неприемлемой, так как она устанавливает эквивалентность между проблематическим высказыванием «возможно, что p невозможно» и аподиктическим высказыванием «невозможно, что p »³⁷.

В \mathbb{L} последовательность, составленная их функторов L и M , эквивалентна не последнему ее символу, как в $S5$, а первому: $LLMLMp$ эквивалентно Lp — согласно Льюису и Mp — согласно Лукасевичу.

Одной из наиболее своеобразных черт Ł-модальной логики является наличие в ней парных модальных функторов. Различие между ними не является, по мысли Лукасевича, реальным различием, а просто получается из различия обозначений: «Если M обозначает возможность, то и W также обозначает возможность, и между этими двумя возможностями не может быть никакого различия»³⁸. Относительно матричного построения Ł-логики Лукасевич говорит, что она является четырехзначной системой с двумя значениями, 2 и 3, обозначающими возможности, однако оба эти значения представляют одну и ту же возможность в двух разных видах»³⁹.

Для каждого из парных модальных функторов верны все те законы, которые верны для его «близнеца», но если эти функторы встречаются в одной и той же формуле, они ведут себя по-разному. Например, если бы M было тождественно с W , то выражения MWp , WMp , MMp и WWp также были бы тождественны между собой. Однако они не тождественны. Формулы

MWp и WMp

принимаются, в то время как формулы

MMp и WWp

отбрасываются.

Лукасевич придает большое значение наличию в Ł-логике парных возможностей и случайностей и обращается к ним для объяснения целого ряда необычных свойств этой логики: «Любопытный логический факт существования парных возможностей (и связанных с ними парных необходимостей), до сих пор никем не замеченный, является другим важным открытием, которым я обязан моей четырехзначной модальной системе. Он слишком тонок и требует весьма высокого развития формальной логики, чтобы мог быть известен античным логикам. Существование этих близнецов объясняет как ошибки Аристотеля, так и трудности в теории проблематических силлогизмов и оправдывает его интуитивные представления о случайности»⁴⁰.

Четырехзначная система может быть расширена в восьмизначную, шестнадцатизначную и т. д. системы путем умножения четырехзначных, восьмизначных и т. д. матриц для импликации и отрицания на двузначные матрицы этих же функторов⁴¹. В восьмизначной модальной логике 1 и 0 обозначают, как обычно, истину и ложь, а другие цифры представляют промежуточные между истиной и ложью значения. Все строки восьмизначной матрицы для импликации, за исключением первой и последней,

представляют некоторые виды возможности. Если обозначить их символами от M_2 до M_7 включительно, то можно показать, что M_i при $2 \leq i \leq 7$ удовлетворяет всем аксиомам возможности, а именно

$$\begin{aligned} & \vdash p \supset M_p, \\ & \vdash M_p \supset p, \\ & \vdash M_p. \end{aligned}$$

Среди этих различных видов возможности имеются некоторые «более сильные» и некоторые «более слабые», так как справедливыми являются, например, импликации

$$M_2 p \supset M_p \quad \text{и} \quad M_3 p \supset M_p,$$

но не их конверсии. Это означает, что уже в восьмизначной модальной логике существуют возможности разных степеней. Четырехзначная модальная логика является простейшей модальной системой, в которой возможность рассматривается как не имеющая степеней.

В системе \mathbb{L} не доказуемы аподиктические утверждения, являющиеся теоремами всех модальных систем Льюиса. С другой стороны, в \mathbb{L} выводимы многие из тех положений, которые не только не являются тезисами этих систем, но и не могут быть присоединены к ним без противоречия или без вырождения модальной логики в немодальную пропозициональную логику. Таковы, в частности, принципы:

$$\begin{aligned} & (p \supset q) \supset (Lp \supset Lq), \\ & Lp \supset (q \supset Lq), \\ & (p \supset q) \supset (Mp \supset Mq), \\ & \sim q \supset (Mq \supset Mp), \\ & M(p \supset q) \supset (Mp \supset Mq), \\ & Mp \ \& \ Mq \supset M(p \ \& \ q), \\ & L(p \vee q) \supset Lp \vee Lq, \\ & L \sim Lp \equiv L \sim p. \end{aligned}$$

В \mathbb{L} доказуемы такие утверждения, которые вообще не могут быть выражены на языке систем SI - $S5$, например:

$$\begin{aligned} & M(\delta Mp \supset \delta p), \\ & M(\delta p \supset \delta Mp), \\ & M(\delta p \supset \delta Lp), \\ & X(Wp \ \& \ W \sim p), \\ & Y(Mp \ \& \ M \sim p), \\ & \sim LP \sim p. \end{aligned}$$

Все системы Льюиса допускают сведение к пропозициональной логике путем отождествления Lp и Mp с p , то есть путем принятия в качестве аксиом формул

$$p \supset Lp \quad \text{и} \quad Mp \supset p.$$

Но ни одна из этих систем не может быть сведена к пропозициональной логике с помощью отождествления Lp с противоречием и Mp с тавтологией, так как все они содержат тезисы, начинающиеся с L и $\sim M$ и присоединение к ним $\sim Lp$ или Mp ведет к противоречию. Системы $S6$ – $S8$ не допускают ни первого, ни второго сведения. Ł -модальная логика, взятая без операции отбрасывания, сводима к пропозициональному исчислению как путем принятия формул

$$p \supset Lp \quad \text{и} \quad Mp \supset p,$$

так и путем отождествления Lp с противоречием, а Mp с тавтологией.

11.2. Законы экстенциональности и двузначности в Ł -модальной логике

Система Ł , подобно всем льюисовским системам, содержит в качестве своей собственной части классическую логику высказываний. Однако Ł содержит ее в форме, близкой прототетике S . Лесьневского и включающей не только пропозициональные переменные, но и переменные функторы. Льюисовские системы могли бы быть основаны на подобном расширении классической логики только при условии отбрасывания закона экстенциональности

$$(*) \quad (p \equiv q) \supset (\delta p \supset \delta q)$$

или при условии запрещения подставлять модальные функторы вместо функторных переменных. В противном случае этот закон дал бы возможность доказывать принципы, типа

$$\begin{aligned} Mp \supset (\sim p \supset Mq), \\ L(p \supset q) \supset (p \supset Lq), \\ Lp \supset (q \supset Lq), \end{aligned}$$

являющиеся теоремами системы Ł , но не систем Льюиса. Последние не являются экстенциональными в том же смысле, что и система Ł .

В $S4$ и $S5$ имеется правило экстенциональности: «если $a \equiv b$, то $\delta a \supset \delta b$ » (δa здесь — любая функция от a и δb — та же функция от b). Во всех льюисовских системах, начиная с $S1$, доказуемо также более слабое правило, позволяющее заменять друг на друга строго эквивалентные выражения: «если $L(a \equiv b)$, то $\delta a \supset \delta b$ ». Но ни в

одной из этих систем не доказуем какой-либо закон экстенциональности для модальных функторов. Принятие закона экстенциональности (*) без наложения соответствующих ограничений на множество функторов, подставляемых вместо δ , не совместимо с характерным для *S1-S5* допущением аподиктических положений: из (*) выводится закон экстенциональности для *L* и затем, как показал Лукасевич⁴², закон экстенциональности в широком смысле

$$(p \supset q) \supset (Lp \supset Lq).$$

Из него получается в соответствии с пропозициональной логикой формула

$$Lp \supset (q \supset Lq),$$

подстановка в которую вместо *Lp* некоторого истинного необходимого высказывания дает импликацию ($q \supset Lq$), ведущую к вырождению модальных различий.

То, что к *S1-S5* не может быть присоединена формула

$$(p \equiv q) \supset (Mp \supset Mq)$$

и, соответственно, принцип (*), из которого она следует, можно показать, с помощью такого простого примера. Пусть высказывания *p* и *q* являются оба ложными, но *p* возможным (то есть не являющимся внутренне противоречивым), а *q* невозможным. В этом случае выражения $p \equiv q$ и *Mp* истинны, а *Mq* ложно; рассматриваемая формула оказывается, таким образом, ложной. Этот пример справедлив для модальных систем Льюиса, допускающих возможность ложного высказывания, но не для \mathbb{L} -модальной логики. В последней является теоремой формула

$$\sim p \supset (Mp \supset Mq),$$

отказывающая ложному высказыванию в возможности под угрозой того, что возможным окажется всякое высказывание.

В системе \mathbb{L} выводим не только закон экстенциональности (*), но и принцип двузначности

$$\delta p \supset (\delta \sim p \supset \delta q),$$

из которого следуют формулы

$$(1) Lp \supset (L \sim p \supset Lq) \quad \text{и}$$

$$(2) Mp \supset (M \sim p \supset Mq).$$

То, что принцип двузначности справедлив при допущении двух значений истинности, можно показать с помощью следующего простого рассуждения. Истинностное значение всякой истинностной функции зависит только от истинностных значений ее аргументов и имеется только два таких значения, одно из кото-

рых присуще высказыванию p , а второе – его отрицанию. Произвольное высказывание q должно иметь значение, совпадающее со значением p или со значением $\text{не-}p$. Всякая истинностная функция, являющаяся истинной, когда один из ее аргументов имеет то же самое значение, что и p , и являющаяся истинной, когда этот аргумент имеет то же значение, что и $\text{не-}p$, будет истинной и в том случае, когда этот аргумент имеет любое из двух истинностных значений. Отсюда следует, что данная функция истинна также тогда, когда ее аргументом является произвольное высказывание q . Допущение трех и большего числа значений истинности делает рассматриваемый принцип необоснованным.

Формула (1) является теоремой систем Льюиса, но формула (2) не доказуема в них и звучит по меньшей мере странно: «если возможно p и в то же время возможно $\text{не-}p$, то возможным является всякое высказывание». А. Прайор справедливо называет это утверждение «совершенно эксцентричным»: если определить обычным образом случайное как то, что само возможно и противоположность чего столь же возможна, и допустить, что имеются истинные случайные высказывания, то окажется, что всякое высказывание возможно⁴³. Сходный результат получается, как указал сам Лукасевич, и при подстановке в принцип двузначности вместо δ функтора случайности⁴⁴.

Тем не менее данный принцип является теоремой Ł-модальной логики. Лукасевичу удастся совместить его с идеей о существовании истинных случайных высказываний путем введения двух понятий возможности и двух понятий случайности.

Если бросается монета, то возможно, что выпадет герб, и возможно, что он не выпадет. Оба эти утверждения о возможности представляются истинными. «Но они не могут быть оба истинными, – говорит Лукасевич, – если первая «возможность» обозначается тем же функтором, что и вторая. Первая возможность в такой же мере справедлива, как и вторая, но из этого не следует, что она должна быть обозначена таким же образом. Возможность выпадения герба отлична от возможности его невыпадения. Мы можем обозначить одну через M , а другую – через W . Предложение с утвердительным аргументом «возможно, что p » может быть передано как Mp ; предложение с отрицательным аргументом «возможно, что $\text{не-}p$ » как $W \sim p$; или же первое как Wp , а второе как $M \sim p$ »⁴⁵. В силу этого случайное высказывание должно пред-

ставляться не в форме $Mp \& M \sim p$, но в форме $Mp \& W \sim p$ или в форме $Wp \& M \sim p$. Оказывается, таким образом, что есть два вида случайности, X -случайность и Y -случайность, в терминах Лукасевича. И хотя формула

$$Mp \& M \sim p \supseteq Mq$$

является законом \mathbb{L} -модальной логики, она уже не влечет следствие, что всякое высказывание возможно.

Сходным образом обстоит дело и с формулами

$$Xp \& X \sim p \supseteq Xq \quad \text{и}$$

$$Yp \& Y \sim p \supseteq Yq.$$

Они доказуемы в системе \mathbb{L} , но их «эксцентричность» снимается тем, что если выражение «случайно p » передается как Xp (или Yp), то выражение «случайно не- p » должно передаваться как $Y \sim p$ (или $X \sim p$), но не как $X \sim p$ (или $Y \sim p$). Выражения $Xp \& Y \sim p$ и $Yp \& X \sim p$ могут быть истинными, в то время как выражения $Xp \& X \sim p$ и $Yp \& Y \sim p$ никогда не являются истинными. Принятие принципа двужначности оказывается, таким образом, совместимым с допущением истинных случайных высказываний.

Принято считать, что принцип двужначности не имеет места для модальных функторов и что модальная логика является в этом смысле многозначной. В этом факте обычно не видят ничего странного: в таком же смысле многозначна и теория квантификации, среди законов которой отсутствует формула

$$(\exists x)F(x) \& (\exists x) \sim F(x) \supseteq (\exists x)Q(x),$$

следующая из принципа двужначности. Лукасевич решительно порывает с традицией и стремится во что бы то ни стало распространить действие этого принципа и на модальные функторы. Предлагаемое им решение является, конечно, необычным и тонким, но оно влечет за собою целый ряд сложных проблем.

Прежде всего, если случайное высказывание должно представляться в форме $Mp \& W \sim p$ или $Wp \& M \sim p$, то что означают выражения $Mp \& M \sim p$ и $Wp \& W \sim p$, какие высказывания представляются ими? На этот вопрос трудно ответить удовлетворительным образом. И столь же трудно решить, какие высказывания представляются выражениями $Xp \& X \sim p$ и $Yp \& Y \sim p$.

Хотя принцип двужначности является теоремой \mathbb{L} -модальной логики, о нем вполне можно сказать, что он «присутствует, но не действует». Все модальные функторы этой логики являются пар-

ными, причем они должны употребляться таким образом, что если, например, «возможно p » передается с помощью одного из функторов возможности, то «возможно не- p » должно передаваться только с помощью другого функтора возможности, и сходным образом для всех остальных парных функторов. Перевод выражений обычного языка на язык Ł-модальной логики никогда не может дать формул типа

$$Mp \ \& \ M \sim p, \quad Wp \ \& \ W \sim p, \\ Xp \ \& \ X \sim p, \quad Lp \ \& \ L \sim p$$

и т. п. Нет, следовательно, постоянных высказываний, которые могли бы быть подставлены вместо переменной в формулы, типа

$$Mp \ \& \ M \sim p \supset Mq, \\ Xp \ \& \ X \sim p \supset Xq, \\ Lp \ \& \ L \sim p \supset Lq$$

и т. п., являющиеся следствиями принципа двузначности. По существу, Лукасевичу, вводящему этот принцип в модальную логику, удается достичь этого только за счет ограничения его действия немодальными функторами.

Вторая ограниченность языка Ł-модальной логики, связанная с доказуемостью в ней принципа двузначности, состоит в том, что эта логика функционально неполна.

В двузначной логике высказываний имеются четыре одноаргументных функтора: утверждение (вслед за Лукасевичем мы обозначаем этот функтор через S , $Sp \equiv p$), отрицание (N , $Np \equiv \sim p$), всегда истинность (V , $Vp \equiv (p \supset p)$), всегда ложность (F , $Fp \equiv \sim(p \supset p)$). Результатами их умножения друг на друга являются шестнадцать одноаргументных функторов четырехзначной логики, приводимых далее в таблице. В первой ее колонке указано, какие именно двузначные функторы перемножаются, во второй приводятся матрицы четырехзначных функторов (для значений аргумента 1, 2, 3, 0) и в третьей — их имена.

В четырехзначной логике имеется 256 неэквивалентных одноаргументных функторов. Из них только указанные 16 определимы в Ł-модальной логике. В ней не определимы, например, функции Ip и Jp , принимающие значения 3, 1, 2, 0 и 0, 3, 3, 0 при значениях 1, 2, 3, 0 аргумента. Попытка ввести эти и другие неопределимые функции в систему Ł ведет к тому, что принцип двузначности перестает быть тавтологией: формулы

$$Ip \supset (I \sim p \supset Iq) \quad \text{и} \\ Jp \supset (J \sim p \supset Jq)$$

S·V	1133	<i>M</i> -возможность
V·S	1212	<i>W</i> -возможность
S·F	2200	<i>L</i> -необходимость
F·S	3030	<i>P</i> -необходимость
V·F	2222	
F·V	3333	
V·N	2121	<i>P</i> -отрицание
N·V	3311	<i>Q</i> -отрицание
F·N	0303	<i>W</i> -невозможность
N·F	0022	<i>M</i> -невозможность
S·N	2103	<i>X</i> -случайность
N·S	3012	<i>Y</i> -случайность
S·S	1230	утверждение
V·V	1111	всегда истинность
F·F	0000	всегда ложность
N·N	0321	отрицание

принимают невыделенные значения 3 и 2 при $p=2, q=3$ и $p=2, q=2$ соответственно. Это справедливо и для принципа экстенциональности (*). Следующие из него формулы

$$(p \equiv q) \supset (Ip \supset Iq) \quad \text{и}$$

$$(p \equiv q) \supset (Jp \supset Jq)$$

не являются тавтологиями четырехзначной логики: первая из них принимает значение 3 при $p=2$ и $q=1$, вторая принимает значение 2 при $p=3$ и $q=1$.

12.2. Система Ł и аподиктические истины

В Ł-модальной логике не доказуемо ни одно необходимое утверждение и присоединение к ней таких утверждений ведет к противоречию.

Обсуждая эту особенность своей логики, Лукасевич резко выступает против распространенного убеждения, что логические тавтологии и вообще аналитические истины необходимы. «Я ду-

маю, — пишет он, — что, грубо говоря, истинные высказывания являются просто истинными, без того, чтобы быть необходимыми. Это определенно не противоречит нашим логическим интуициям и может разрешить многие споры. Могут, однако, спросить: зачем вводить в логику необходимость и невозможность, если не существует истинных аподиктических высказываний? На это возражение отвечаю, что нас интересуют главным образом проблематические высказывания формы Ma и $M \sim a$, которые могут быть истинными и полезными, хотя их аргументы отвергаются, и вводя проблематические высказывания, мы не можем минуть их отрицания, то есть аподиктические высказывания, так как высказывания этих двух видов неразрывно связаны между собой»⁴⁶.

Лукасевичем были выдвинуты три основных аргумента против идеи существования необходимых истин:

а) если знак необходимости стоит перед высказыванием с переменными, то в нем нет нужды, так как он может быть заменен кванторами; если же этот знак стоит перед высказыванием без переменных, то он просто не имеет ясного логического смысла;

б) допущение необходимых истин не совместимо с теорией тождества;

в) это допущение связано с философскими представлениями и прежде всего с различением существенных и случайных свойств объектов и разделением всех наук на априорные и апостериорные.

Эти доводы таким образом суммируются самим Лукасевичем: «Высказывания, подобные « a равно a », называются аналитическими. Хорошо известная доктрина, что все аналитические высказывания необходимы, восходит к Аристотелю, проводившему различие между существенными и случайными свойствами и утверждавшему, что существенные свойства принадлежат вещам по необходимости. Существенные свойства основываются на определениях, то есть на значении слов. Так, например, «человек необходимо является животным», поскольку «человек» определяется как «животное». В соответствии с формулами $\vdash Lp \supset p$ и $\vdash p \supset Lp$ обычно утверждается, что аподиктические высказывания имеют более высокие достоинства и являются более надежными, чем соответствующие ассерторические высказывания. Это следствие никоим образом не кажется мне очевидным. Я не могу понять, почему истинное высказывание «Я являюсь животным» основанное на значении слов, должно быть более надежным, чем фактическая истина «У меня коричневые глаза», основанная на опыте. Другой аргумент Аристотеля, связанный с этой темой и называемый

иногда «аристотелевским парадоксом», еще менее очевиден. Аристотель говорит: «... если справедливо утверждать, что нечто бело или не бело, то необходимо, чтобы оно было белым или небелым». Поскольку это высказывание невозможно передать с помощью ложной формулы $p \supset Lp$, некоторые логики принимают в качестве правила, что допустимо выводить из утверждаемого (аналитического) высказывания α утверждаемое аподиктическое высказывание $L\alpha$. Это снова ведет к утверждаемым аподиктическим высказываниям, и если мы вообще признаем такие высказывания, мы должны принять необходимость принципа « a равно a ». Имея в виду трудности, которые вытекали бы из этого факта, я склонен думать, что все системы модальной логики, принимающие утверждающие аподиктические высказывания, являются ошибочными»⁴⁷.

Рассмотрим эти доводы Лукасевича более подробно.

Он отмечает, что Аристотель, первым высказавший идею, что некоторые необходимые высказывания являются истинными и должны быть приняты, проводил различие между двумя типами необходимости: необходимой связью высказываний (например, связью посылок и заключения в силлогизме) и необходимой связью терминов (« A необходимо присуще всякому B »). Силлогистическая необходимость вполне может быть сведена, по мысли Лукасевича, к кванторам общности: «Когда мы говорим, что в правильном силлогизме заключение необходимо следует из посылок, то этим мы хотим сказать, что силлогизм правилен при любом содержании, то есть для всех значений входящих в него переменных»⁴⁸. В другом месте этой же работы Лукасевич говорит: «Аристотелевский признак силлогистической необходимости представляет собой квантор общности и может быть опущен, так как квантор общности может быть опущен, когда он стоит в начале истинной формулы»⁴⁹. Однако, это сведение возможно только в случаях силлогизмов с переменными терминами. Если же знак необходимости стоит перед силлогизмом с постоянными терминами, его нельзя заменить кванторами, так как они могут связывать только переменные. Возникает, таким образом, серьезное затруднение. Когда необходимость относится к высказыванию с переменными, она имеет ясное значение, указывая, что «мы имеем общий закон и можем сказать: этот закон мы рассматриваем как необходимость, поскольку он верен для всех объектов определенного рода и не допускает исключения»⁵⁰. Но необходимость в этой ее функции не имеет самостоятельного значения и всегда может

быть заменена кванторами, выражающими ту же идею «правильности при любом содержании». Если же необходимость, стоящую перед высказыванием без переменных, нельзя заменить кванторами, то трудно сказать, какую именно ясную идею она призвана выразить. Можно предположить, что в случае условного высказывания она подчеркивает то, что если кто-либо допускает его antecedent, то он необходимо вынужден принять и консеквент. Но это допущение придает необходимости явный психологический характер и не может быть принято. «Я не знаю лучшего средства устранить эту трудность, чем опустить функтор L всюду, где он стоит в начале принимаемой импликации»⁵¹.

Эта аргументация Лукасевича против введения необходимости как характеристики связей высказываний не является убедительной. Понятию необходимости, стоящему перед условным высказыванием, можно придать ясный и лишенный психологизма смысл. Это прямо следует из современных работ, посвященных проблеме интерпретации пропозициональных модальных логик льюисовского типа (работы Р. Карнапа, Д. Маккинси, Я. Хинтикки, С. Крипке, Р. Монтегю и других авторов).

С другой стороны, Лукасевич не вполне обоснованно утверждает, что функтор необходимости, стоящий перед высказыванием со свободными переменными, играет роль кванторов по этим переменным. Необходимость в этом случае не заменяет кванторы и не означает, что предваряемое ею высказывание истинно при всех значениях входящих в него переменных. Она указывает, что это высказывание является законом логики, выражением, истинным только в силу значений входящих в него логических постоянных. Независимо от того, стоит перед формулой силлогизма знак необходимости или нет, кванторы по переменным предполагаются, так как они играют роль, отличную от той, какую играет понятие необходимости.

Неправильно оценивая функцию необходимости в высказываниях со свободными переменными, Лукасевич оказывается в затруднении, переходя к высказываниям без таких переменных. Если в первом случае необходимость заменяет кванторы, то зачем она нужна во втором случае, когда нечего квантифицировать? В действительности, необходимость в обоих случаях играет одну и ту же роль, указывая на логический характер следования заключения из посылок.

Второй довод Лукасевича против принятия необходимых высказываний связан с теорией тождества и является, по существу, перефразировкой хорошо известного рассуждения У. Куайна⁵².

Обычно теория тождества основывается на аксиомах:

$$(1) \quad x=x,$$

$$(2) \quad (x=y) \supset (jx \supset jy).$$

Первая из них говорит, что x тождественно самому себе, вторая утверждает, что если x и y тождественны, то если x удовлетворяет j , то и y удовлетворяет j (j является переменным, образующим высказывание функтором от одного именованного аргумента). Если все аналитические высказывания необходимы, то является истинным аподиктический принцип

$$(3) \quad L(x=x),$$

так как аксиома (1), из которой он получается, является типичным примером аналитических истин. Куайн показал, однако, что принятие принципа (2) ведет к очень неудобным следствиям: подставляя вместо j выражение $L(x=...)$, получаем утверждение

$$(x=y) \supset (L(x=x) \supset L(x=y)),$$

$$L(x=x) \supset ((x=y) \supset L(x=y)),$$

и затем утверждение

$$(4) \quad (x=y) \supset L(x=y).$$

Последнее утверждение, означающее, что любые два индивида необходимо тождественны, если они вообще тождественны, является очевидно ложным. Куайн приводит такой пример, показывающий это. Пусть x обозначает число планет, а y – число 9. Фактически верно, что число (больших) планет равно 9, однако вовсе не необходимо, чтобы оно равнялось 9. Из (4) может быть получено следствие

$$(5) \quad M \sim (x=y) \supset \sim (x=y),$$

«если возможно, что x не равно y , то x (действительно) не равно y ». Ложность этого следствия Лукасевич подтверждает таким примером. Допустим, что при бросании кости выпало число x . Возможно, что число y , выпавшее при следующем бросании кости, отлично от x . Но если возможно, что x отлично от y , то согласно (5) x действительно отлично от y . Но это заключение очевидно ложно, так как возможно выпадение одного и того же числа дважды.

Куайн пытается преодолеть эти затруднения путем запрещения подставлять на место переменных постоянные единичные термины. Такая подстановка вполне допустима в экстенциональных контекстах, но не в контекстах с «необходимо», в которых эти термины ведут себя совершенно иначе⁵³. Лукасевичу это решение представляется неудовлетворительным, так как нельзя точно установить, каким должно быть «правильное» поведение постоянных единичных терминов. «С моей точки зрения, существует только

один путь решения вышеупомянутых трудностей: мы не должны допускать, чтобы формула $L(x=x)$ была принята, то есть чтобы принцип тождества ($x=x$) считался необходимым. Так как ($x=x$) есть типичное аналитическое предложение и так как нет основания трактовать этот принцип отлично от других аналитических предложений, то мы вынуждены принять, что ни одно аподиктическое предложение не является необходимым»⁵⁴.

Вопросу о возможности совмещения модальной логики и теории тождества, и в частности, аргументам Куайна против введения модальных различий, посвящена обширная специальная литература, и нет необходимости подробно на этом останавливаться. Отметим лишь следующее. Согласно Куайну, источник затруднений, связанных с модальными контекстами в том, что эти контексты являются референциально неясными: в высказывании «необходимо, что 9 больше 7» выражение «число планет» и «9» не могут замещаться друг на друга, хотя они и отсылают к одному и тому же объекту. Но для того, чтобы квантификация имела смысл, нужно, чтобы позиции переменных в предложении, следующем за квантором, были референциально ясными и имена, отсылающие к одним и тем же объектам, являлись взаимозаменяемыми. Иными словами, аксиома (2) теории тождества необходима, если мы хотим придать квантификации ясный смысл (тезис Куайна). Р. Карнап и Я. Хинтиikka попытались отказаться от приложимости этой аксиомы в модальных контекстах и вместе с тем показать, что квантификация возможна и в референциально неясных контекстах, подобных модальным⁵⁵. В последнее время сложилось, однако, убеждение, что эти попытки не привели к явному успеху. Вместе с тем в работах А. Смаллиана, Ф. Фитча, Д. Майхилла, Р. Монтегю и других авторов было показано, что хотя тезис Куайна, несмотря на его продолжительную критику, представляется обоснованным, он не влечет с необходимостью отказа от введения модальных понятий⁵⁶. В частности, Монтегю была построена семантика для логических физических и деонтических модальностей, в которой принимается аксиома (2) теории тождества.

Таким образом, предложение Лукасевича согласовать модальную логику с теорией тождества путем отказа от истинных аподиктических высказываний, является радикальным, но не единственно возможным и не лучшим из возможных. Это предложение было высказано в самом начале 50-х годов и оно интересно как одна из первых и вместе с тем очень оригинальных попыток найти выход из затруднений, указанных Куайном. В дальнейшем были, однако, найдены более естественные и более обоснован-

ные решения этих затруднений, не требующие отказа ни от каких-либо положений теории тождества, ни от каких-либо принципов модальной логики.

Третий довод Лукасевича против введения истинных аподиктических высказываний носит философский характер. «Под влиянием платоновской теории идей, — пишет Лукасевич, — Аристотель развил логику общих терминов и выдвинул такой взгляд на необходимость, который, по моему мнению, был губительным для философии. Предложения, описывающие существенные свойства объектов, по его мнению, не только фактически, но также и необходимо истинны. Это ошибочное различие положило начало той длительной эволюции, которая привела к разделению наук на две группы: на *априорные* науки, состоящие из аподиктических теорем, такие, как логика и математика, и на *апостериорные*, или эмпирические, науки, состоящие главным образом из асерторических предложений, основанных на опыте. Это различие, по моему мнению, ложно. Подлинно аподиктических предложений нет, а с точки зрения логики нет различия между математической и эмпирической истиной»⁵⁷.

По мысли Аристотеля, необходимым является всякий признак, вытекающий из сущности предмета, то есть из принятого его определения. Например, сущность человека в том, что он является разумным существом; на этом основании можно сказать, что человек с необходимостью есть живое существо, так как отрицание того, что человек — живое существо, привело бы к отказу от зафиксированной определением сущности человека.

Мысль, что существенные предикаты принадлежат вещам по необходимости и что эти предикаты следуют из определений, неоднократно повторяется Аристотелем в «Аналитиках»: «Человек необходимо есть живое существо, но и живое существо и человек движутся не необходимо»⁵⁸; «... то, что само по себе присуще предметам, является необходимым»⁵⁹.

Возражая Аристотелю, связывавшему понятие необходимости с понятием сущности и с выражающими ее определениями, Лукасевич стремится показать, что само понятие сущности не является в достаточной степени ясным: «Высказанное человеком аналитическое утверждение «Я есть живое существо» аналитично, потому, что «живое существо» принадлежит к сущности человека, и не сообщает никакой полезной информации... Если же мы захотим узнать, в чем состоит «сущность» человека, — если вообще существует такая вещь как «сущность», — мы не сможем положиться на значения слов, но должны изучать самих человеческих индивидуумов, их анатомию, гистологию, физиологию, психологию и т.д.,

а это бесконечная задача. Не будет парадоксальным даже сегодня сказать, что человек неизвестное существо»⁶⁰. С другой стороны, Лукасевич убежден, что определения, на которых должны были бы основываться необходимые истины, не играют самостоятельной и принципиально важной роли в науке и сами зависят в конечном счете от опыта: «Каждое определение предполагает некоторые основные термины, посредством которых могут быть определены другие термины, при этом значение основных терминов должно быть разъяснено с помощью примеров, аксиом или правил, основанных на опыте. Истина *a priori* всегда является синтетической»⁶¹.

Желая избежать опасных ассоциаций, связанных с модальными понятиями и состоящих в том, что необходимость подразумевает принуждение, а случайность – выбор, Лукасевич предлагает вместо «необходимо» и «случайно» использовать ни к чему не обязывающие выражения «сильное утверждение» и «слабое утверждение». «Мы заявляем «необходимо», когда мы вынуждены делать так. Но если $L\alpha$ есть просто более сильное утверждение, чем α , и при этом α – истинно, то почему мы должны настаивать на $L\alpha$? Истина достаточно сильна, и нет нужды иметь «сверхистину», более сильную, чем истина»⁶².

Действительно, выражения «сильное утверждение» и «слабое утверждение» ни к чему не обязывают, если принимается та их характеристика, которую дает Лукасевич. Сильное утверждение не предполагает необходимости его преимущественного выбора, ибо оно не сильнее, чем истина. Остается, однако, неясным, зачем в таком случае вводить само понятие «сильное утверждение».

В основе рассуждений Лукасевича лежит упрощенное представление о раз и навсегда данной истине. Но если истины могут пересматриваться и ограничиваться в сфере своего применения, если необходимо производить селекцию истин (а такая необходимость постоянно возникает в процессе развития научной теории), то сразу же возникает вопрос о более сильных и менее сильных истинах, об основополагающих истинах, которые подтверждаются всем опытом развития науки и от которых, если вообще и отказываются, то отказываются только в самую последнюю очередь⁶³. Лукасевич упрощенно трактует процесс познания и абсолютизирует понятие истины, отвлекаясь от элементов ее относительности, от конкретности истины и постоянного ее углубления.

Подводя итог обсуждению аргументов Лукасевича, направленных против принятия истинных необходимых высказываний, можно сказать, что ни один из них не является решающим и что Лукасевичу не удалось доказать, что таких высказываний нет.

13.2. Ł-модальная логика как логика прогностических высказываний

Сказанное не означает, конечно, что система Ł, с которой были связаны все рассуждения Лукасевича, не имеет никакого основания. Для ее обоснования вообще нет необходимости доказывать несуществование аподиктических истин. Для этого вполне достаточно показать, что в определенных случаях или в определенных контекстах различие между необходимыми и ненормальными истинами может не приниматься во внимание и что Ł-логика ориентируется как раз на описание таких случаев.

Эта логика, подобно модальной логике Лукасевича 1920 года, имеет дело прежде всего с *прогностическими* высказываниями, то есть с высказываниями о будущих событиях. Лукасевич неоднократно подчеркивает, что место случайности не в прошлом или настоящем, а в будущем. Случайным является то высказывание, которое не является *сейчас* ни истинным, ни ложным, и случайно то событие, относительно которого верно, что ни для его наступления, ни для его отсутствия *сейчас* нет причины⁶⁴. Вместе с тем Лукасевич нигде не ограничивает приложимость Ł-логики только высказываниями о будущих событиях, полагая, что устанавливаемые ею свойства модальных понятий характерны для всякого употребления этих понятий. Большинство приводимых им конкретных модальных высказываний касается именно будущих событий («возможно, что завтра будет морское сражение», «возможно, что при бросании монеты выпадет герб» и т. п.); но у него есть также примеры модальных высказываний, не относящихся к будущему и вообще не связанных со временем («необходимо, что если $2 \times 2 = 5$, то $2 \times 2 = 5$ »). Сосредоточивая свое внимание главным образом на модальных характеристиках высказываний о будущих событиях и вообще на высказываниях, истинностное значение которых может меняться со временем («открытых» высказываниях), Лукасевич следует традиции Аристотеля, использовавшего модальные понятия прежде всего в связи с такими высказываниями.

Приняв, что Ł-логика ориентируется на прогностические высказывания, можно попытаться объяснить, почему в ней основную роль играет понятие возможности, а понятие необходимости вводится постольку, поскольку необходимость является отрицанием возможности.

Лукасевич следующим образом определяет понятие истины для случая временных высказываний, говорящих о настоящих или будущих событиях: высказывание *сегодня* истинно, если и только если оно соответствует *сегодняшней* действительности в одном из следу-

ющих двух смыслов: (а) если оно описывает сегодняшнее событие, то это событие действительно *сегодня* имеет место; (б) если оно говорит о будущем событии, то *сегодня* есть *причина* для наступления в будущем этого события. Используя это понятие истины, Лукасевич определяет далее случайное высказывание как высказывание, не являющееся ни истинным, ни ложным. Перефразируя данное определение, можно сказать, что случайное высказывание — это высказывание о событии, для которого нет сейчас ни причины для его наступления, ни причины для его отсутствия. Случайность — это двусторонняя возможность, возможность как некоторого высказывания, так и его отрицания. Поэтому возможность события может быть определена как отсутствие в настоящем причины, включающей наступление данного события.

Относительно всякого события верно, что оно или наступит в будущем, или не наступит. Высказывания о тех будущих событиях, для которых в настоящем имеется причина, являются, согласно Лукасевичу, истинными. Высказывания о тех будущих событиях, для отсутствия которых сейчас нет причины, являются возможными. Схематически это можно представить таблицей.

Очевидно, что в этой классификации не остается места для необходимых высказываний. Высказывание, описывающее событие, для наступления которого сейчас есть причина, является, по мысли Лукасевича, не необходимым, а просто истинным. Понятие необходимости лишается в силу этого самостоятельного значения.

Таким образом, допущение, что система Ł является логикой именно прогностических высказываний, и достаточно естественные определения модальных характеристик таких высказываний, позволяют объяснить тот, на первый взгляд странный, факт, что данная система не содержит аподиктических тезисов.

	в настоящем имеется причина	в настоящем нет причины
наступление события p (отсутствие $\text{не-}p$)	истинно p (ложно $\text{не-}p$)	возможно $\text{не-}p$
отсутствие события p (наступление $\text{не-}p$)	ложно p (истинно $\text{не-}p$)	возможно p

Принимаемые Лукасевичем определения модальных понятий в терминах понятия причины не являются, конечно, единственным возможными. Модальная теория прогностических высказываний может быть построена и таким образом, что в ней понятие необходимости будет играть самостоятельную роль и останется место для аподиктических истин.

Лукасевич постоянно противопоставляет свою Ł -модальную логику модальным системам Льюиса⁶⁵. Но если принять, что эта логика является по преимуществу логической теорией высказываний о будущих событиях, то нужно будет признать, что такое противопоставление лишено убедительных оснований. Льюис интересовался только логическими модальностями, пытаясь с их помощью построить непарадоксальную теорию логического следования. Лукасевича логические модальности и возможные приложения их в теории следования никогда не занимали. Модальная логика была важна для него главным образом как инструмент для решения проблем, связанных со случайностью и предопределенностью, детерминизмом и индетерминизмом. Различие подходов к построению модальной логики и предполагаемых ее приложений сказалось на том, какие именно значения модальных понятий были приняты во внимание Льюисом и Лукасевичем. Возможное высказывание — это, по определению Льюиса, внутренне непротиворечивое высказывание; высказывание, являющееся возможным в смысле Лукасевича, — это высказывание, описывающее событие, для будущего отсутствия которого сейчас нет причины. Ясно, что противопоставление друг другу столь разных видов возможности и описывающих их логические свойства теорий вряд ли оправданно.

14.2. Парадоксы Ł -модальной логики

«Мне хотелось бы подчеркнуть, — писал Лукасевич о системе Ł , — что аксиомы системы совершенно очевидны. Аксиома с δ должна быть признана всеми логиками, которые принимают классическое исчисление предложений; аксиомы с M также должны быть признаны в качестве истинных; наконец, правила вывода также очевидны. Все правильно выведенные следствия системы должны допускаться теми, кто принял аксиомы и правила вывода. Нельзя придумать ни одного серьезного возражения против этой системы»⁶⁶. Убеждение в полной безупречности Ł -модальной логики не помешало, однако, Лукасевичу принять, что ряд ее теорем плохо согласуется с обычными представлениями о модальных понятиях. «Хотя аксиомы и правила нашей четырехзначной логики совершен-

но очевидны, — писал он, — некоторые следствия этой системы могут выглядеть парадоксальными»⁶⁷. Несколько таких «парадоксальных» (то есть не согласующихся с нашей логической интуицией) теорем Ł-логики было указано самим Лукасевичем, попытавшимся дать им приемлемое истолкование; целый ряд «парадоксальных» или просто странных черт этой логики обсуждался А. Прайором, А. Андерсоном, И. Томасом и другими авторами.

Средневековые логики проводили тщательное различие между *necessitas consequentiae* (необходимостью следования или импликации в целом) и *necessitas consequentis* (необходимостью следствия или консеквента импликации). Например, высказывание «если некто логик, то необходимо, что он логик» является истинным, когда оно означает «необходимо, что если некто логик, то он логик», то есть утверждает необходимость следования. Но это же высказывание является ложным, когда оно означает «если некто логик, то он с необходимостью является логиком», то есть утверждает необходимость следствия. Это различие было хорошо известно уже Аристотелю, подчеркивавшему разницу, существующую между «силлогистической необходимостью» (необходимой связью между посылками силлогизма и его заключением) и аподиктическим характером заключения. Например, рассматривая силлогизм с ассерторическим заключением, Аристотель говорит, что оно не «просто» необходимо, то есть необходимо само по себе, но «условно» необходимо, то есть необходимо по отношению к посылкам. В некоторых случаях Аристотель употребляет в заключениях силлогизмов слово «необходимо» дважды: «Пусть сперва общая <посылка> будет о необходимо присущем и пусть *A* будет необходимо присуще всем *B*, а *B* — <присуще> некоторым *B*, тогда с необходимостью следует, что *A* необходимо присуще некоторым *B*»⁶⁸. Первое из подчеркнутых нами слов «необходимо» относится, очевидно, к силлогистической связи, второе означает, что заключение является аподиктическим высказыванием.

Интересно отметить, что это различие между силлогистической необходимостью и необходимостью заключения силлогизма неоднократно отмечает и сам Лукасевич, хорошо знавший логические работы Аристотеля⁶⁹.

В рамках Ł-модальной логики различие между необходимостью следования и необходимостью следствия оказывается, однако, несущественным: одним из ее законов является формула

$$(a) L(p \supset q) \supset (p \supset Lq),$$

в соответствии с которой всякое утверждение формы «необходимо, что если *p*, то *q*» имплицитно утверждает форму «если *p*, то необходимо, что *q*».

Первым обратил внимание на эту странную черту системы Ł. А. Прайор⁷⁰. Он объяснил ее таким образом: указанная формула является законом в силу того простого обстоятельства, что обе замены в ней: La на a и La на $a\&\sim a$ дают тавтологии двузначной логики.

Это объяснение апеллирует к предложенной самим Прайором интерпретации Ł-логики как теории переменных двузначных функторов. Оно вряд ли было бы принято Лукасевичем, считавшим модальные понятия постоянными четырехзначными функторами. Более того, Лукасевич не согласился бы, по-видимому, даже с тем, что рассматриваемая формула не совместима с интуицией. По его мнению, истинных аподиктических высказываний не существует. Своеобразие рассматриваемой формулы и состоит как раз в том, что она подчеркивает это обстоятельство: она говорит, что допущение таких истин привело бы к тому, что всякое логическое следствие оказалось бы необходимым, а это явно неприемлемо. Контрпримеры к формуле (а), приводившиеся средневековыми логиками, не показались бы Лукасевичу убедительными, так как все они исходят из неявно принимаемого и кажущегося ему ошибочным предположения о существовании наряду со случайно истинными также необходимо истинных высказываний.

Таким образом, вопрос о приемлемости формулы (а) сводится к более общему вопросу об аподиктических истинах. Для тех, кто допускает их возможность, данная формула не только парадоксальна, но и вообще неприемлема. Тот, кто, подобно Лукасевичу, отрицает их существование, может не считать ее не только парадоксальной, но даже странной.

Другой теоремой Ł-модальной логики, вызывающей возражения, является указанная А. Андерсоном формула

(в) $Mp \vee Wq$,

« M -возможно высказывание p или W -возможно высказывание q »⁷¹. Особенность ее в том, что ни один из ее дизъюнктов не является теоремой Ł-логики и вместе с тем в этих дизъюнктах нет одинаковых переменных.

С. Халлденом было сформулировано следующее определение «приемлемости» дизъюнкции: дизъюнктивное высказывание приемлемо, если и только если или хотя бы одно из двух входящих в него высказываний является теоремой, или эти высказывания имеют общую переменную. Формула, указанная Андерсоном, не является приемлемой в смысле Халлдена, если функторы M и W истолковываются как постоянные четырехзначные функторы. Но если M и W интерпретируются в соответствии с предложением Прайора как переменные двузначные функторы, область значений которых ограничена всегда истинностью (I) и утверждением

(S), формула (6) оказывается приемлемой в смысле Халлдена⁷². При такой интерпретации функтору W должно быть приписано значение, противоположное тому, какое приписывается M . Это позволяет перевести формулу (6) в формулу

$$Mp \vee M(q \supset q).$$

Последняя содержит общую переменную, а именно M , и в случае любой возможной подстановки вместо этой переменной дает формулу, один из дизъюнктов которой является теоремой:

$$p \vee (q \supset q) \text{ при } M=S,$$

$$(p \supset p) \vee ((q \supset q) \supset q) \text{ при } M=V.$$

Таким образом, интерпретация Прайора вполне объясняет доказуемость в \mathbb{L} -модальной логике формул, подобных (6). Но она не устраняет, конечно, того факта, что в случае обычной интерпретации модальных понятий как логических констант эти формулы кажутся явно парадоксальными.

Следует отметить, что в соответствии с матрицей Лукасевича для дизъюнкции дизъюнктивное высказывание может быть истинным даже в том случае, когда ни одно из входящих в него высказываний не является истинным. Это ведет к целому ряду парадоксальных следствий, подобных формуле (6).

Пытаясь истолковать рассматриваемые функции более или менее приемлемым для интуиции образом, можно обратить внимание на то, что формула (6) эквивалентна на базе пропозициональной логики и определений модальных понятий формуле

$$Lp \supset \sim Pq.$$

Последняя опять-таки связана с идеей отсутствия аподиктических истин: из того, что некоторое высказывание L -необходимо, следует, что ни одно высказывание не является P -необходимым. Так как Pq эквивалентно $\sim(q \supset Lq)$, данная формула оказывается эквивалентной формуле

$$Lp \supset (q \supset Lq),$$

принимавшейся нами в качестве одной из аксиом \mathbb{L} -логики и прямо утверждающей несуществование истинных необходимых высказываний.

Формула (6) касается взаимных отношений между двумя видами возможности. Имеется также целый ряд утверждений \mathbb{L} -модальной логики, характеризующих взаимосвязь двух понятий необходимости и плохо согласующихся с интуицией. Выражения Lp и Pp несовместимы:

$$\vdash \sim (Lp \& Pp),$$

и вместе с тем одно из них всегда имплицирует другое:

$$\vdash (Lp \supset Pp) \vee (Pp \supset Lp).$$

Простое утверждение истинности некоторого высказывания эквивалентно дизъюнкции двух возможных сильных ее утверждений:

$$\vdash p \equiv Lp \vee Pp;$$

простое утверждение ложности высказывания эквивалентно конъюнкции отрицаний двух возможных сильных ее утверждений:

$$\vdash \sim p \equiv \sim Lp \& \sim Pp.$$

L -необходимость высказывания эквивалентна отрицанию того, что она имплицирует P -необходимость, и сходно для P -необходимости:

$$\vdash p \equiv \sim(Lp \supset Pp),$$

$$\vdash p \equiv \sim(Pp \supset Lp).$$

В соответствии с Ł -модальной логикой никакое высказывание не может быть L - или P -необходимым. Вместе с тем можно показать, что каждое истинное высказывание является или L - или P -необходимым:

$$\vdash (p \supset Lp) \vee (p \supset Pp),$$

$$\vdash p \supset Lp \vee Pp.$$

Эти и подобные им утверждения о свойствах парных необходимостей, кажущиеся плохо согласующимися друг с другом и с обычными представлениями о необходимых высказываниях, затрудняют придание ясного смысла каждому из двух понятий необходимости и проведение различий между ними.

В Ł -модальной логике высказывание формы $Mp \& M\sim p$ никогда не является истинным. И вместе с тем его отрицание $\sim(Mp \& M\sim p)$, эквивалентное $Mp \supset Lp$, также не принимается, а отбрасывается. Эту особенность Ł -логики А. Прайор считает парадоксальной по следующей причине⁷³. Сказать, что некоторая формула принимается, значит сказать, что она истинна для всех значений входящих в нее переменных. Утверждение, что некоторая формула не принимается, а отбрасывается, означает, как кажется, что в случае хотя бы одного набора значений переменных ее отрицание истинно. Например, отбрасывание

$$\vdash \sim(Mp \& M\sim p)$$

представляется эквивалентным принятию

$$\vdash (\exists p)(Mp \& M\sim p).$$

Возможность замены отбрасывания экзистенциальной квантификацией противоречащей формулы допускалась самим Лукасевичем.

Но в действительности формула

$$(\exists p)(Mp \& M\sim p)$$

отбрасывается даже в случае того своеобразного и очень слабого смысла слова «некоторые», который оно имеет в расширении Ł-логики за счет введения кванторов. Для любого p формула $Mp \& M\sim p$ принимает значение 3, ее экзистенциальная квантификация также принимает это значение.

Прайор предлагает два объяснения для этого несколько странного факта. Если M понимается как постоянный функтор четырехзначной логики, то можно сказать, что формула α отбрасывается не только тогда, когда является истинной формула $\sim(\forall p)(\forall q)\dots\alpha$, то есть формула $(\exists p)(\exists q)\dots\sim\alpha$, но и тогда, когда обе эти формулы имеют некоторое промежуточное между истиной и ложью значение. Если, с другой стороны, M трактуется как переменный функтор двузначной логики с ограниченной областью значений, отбрасывание $\vdash\alpha$ будет эквивалентно принятию $\vdash(\exists p)(\exists q)\dots\sim\alpha$, отбрасывание $\vdash\sim\alpha$ — принятию $\vdash(\exists p)(\exists q)\dots\alpha$, при условии, что все входящие в α переменные, включая и M , связаны кванторами существования, стоящими в начале формулы.

Например, хотя отбрасывание

$$\vdash \sim(Mp \& M\sim p)$$

не эквивалентно принятию

$$\vdash (\exists p)(Mp \& M\sim p),$$

оно эквивалентно принятию

$$\vdash (\exists p)(\exists M)(Mp \& M\sim p).$$

Последнее утверждение, «для некоторых p и M верно, что Mp и $M\sim p$ », является истинным, так как в случае замены M на V получаем $Mp \& M\sim p = Vp \& V\sim p = (p \supset p) \& (\sim p \supset \sim p) = 1 \& 1 = 1$.

Сходным образом, можно дать двоякое объяснение и тому факту, что хотя формулы Mp и $\sim Lp$ отбрасываются, никакое высказывание формы $\sim Mp$ или Lp не является принимаемым.

В статье «Арифметика и модальная логика» Лукасевич обратил внимание на странную формулу, выводимую в его модальной логике, дополненной некоторыми простыми арифметическими принципами:

$$(c) (\exists a)(M(I=a) \& W(I<a)).$$

Если $\alpha=I$, то

$$M(I=\alpha) \& W(I<a) = MI \& W4 = 1 \& 2 = 2;$$

если $I<\alpha$, то

$$M(I=\alpha) \& W(I<a) = M4 \& W1 = 3 \& 1 = 3.$$

Это означает, что не существует положительного целого числа, которое верифицировало бы конъюнкцию $M(I=\alpha) \& W(I<\alpha)$. Лукасевич тем не менее убежден, что формула (c), являющаяся

экзистенциальной квантификацией этой конъюнкции, должна быть законом формальной арифметики, включающей модальные понятия. Свое мнение он обосновывает ссылкой на то, что было бы ошибочным передавать выражение $(\exists\alpha)$ фразой «для некоторого α » или «существует такое α , что». Чтобы выразить словами значение формулы вида $(\exists\alpha)\emptyset\alpha$, следует сначала преобразовать ее в эквивалентную формулу $\sim(\forall\alpha)\sim\emptyset\alpha$ и уже после этого «прочсть» ее соответствующим образом: «не имеет места случай, что для всех α не- \emptyset от α ». Лукасевичу кажется, что этот логический факт может иметь важные философские следствия⁷⁴.

А. Прайор отмечает, что вывод Лукасевичем формулы (с) является совершенно строгим и формальным, но приводимое им доказательство несуществования положительного целого числа, для которого была бы справедлива эта формула, не является формальным и зависит от интерпретации функторов возможности как постоянных четырехзначных истинностно-функциональных функторов⁷⁵. Если же M и W интерпретируются как переменные двузначные функторы с областью значений, ограниченной S и V , и устанавливается, что W принимает значение, противоположное тому, какое принимает в рассматриваемой формуле M , то получается совершенно иной результат. Допустим, что в формуле (с) M приписывается значение V , а W — соответственно значение S . Тогда если $\alpha=1$, то $M(1=\alpha) \ \& \ W(1<\alpha) = V1 \ \& \ S0 = 1 \ \& \ 0 = 0$; но если $\alpha>1$, то $M(1=\alpha) \ \& \ W(1<\alpha) = V0 \ \& \ S1 = 1 \ \& \ 1 = 1$. Допустим, далее, что M приписывается значение S , а W — значение V . В таком случае если $\alpha>1$, то $M(1=\alpha) \ \& \ W(1<\alpha) = S0 \ \& \ V1 = 0 \ \& \ 1 = 0$; но если $\alpha=1$, то $M(1=\alpha) \ \& \ W(1<\alpha) = S1 \ \& \ V0 = 1 \ \& \ 1 = 1$. Это означает, что при любом из возможных приписываний значений функторам M и W имеется положительное целое число, для которого справедлива формула (с). Таким образом, она оказывается при данной интерпретации истинной в обычном смысле, то есть истинной, как и все логические законы, при всех значениях ее свободных переменных.

Объяснение Прайора интересно, но оно основано на весьма своеобразной интерпретации Ł-модальной логики. Если же этой логике дается обычная интерпретация, предполагающая, что M и W являются постоянными функторами, формула (с), утверждающая существование несуществующего числа, кажется явно парадоксальной. И довод Лукасевича не способен улучшить положение: по существу, он основывается на вряд ли приемлемом предположении исключить утверждения о существовании из

арифметики. Нам представляется, что парадоксальность формулы (с) связана не с двусмысленностью или неясностью понятия «существования», а с неясностью различия между двумя видами возможности Ł-модальной логики.

Принято считать, что всякое высказывание является либо необходимым, либо невозможным, либо случайным и что не являющееся случайным есть необходимое, либо невозможное. В Ł-модальной логике дело обстоит, однако, иначе. В ней имеются два вида случайности, X -случайность и Y -случайность, и отрицанием X -случайного высказывания является Y -случайное высказывание, а отрицанием Y -случайного — X -случайное высказывание. То, что отрицанием случайности оказывается опять-таки случайность, звучит как парадокс. Лукасевич дает ему такое объяснение, используя различие между двумя видами необходимости⁷⁶. Действительно, в системе Ł доказуемы формулы

$$\vdash \sim Xp \in X \sim p \in Yp \text{ и}$$

$$\vdash \sim Yp \in Y \sim p \in Xp,$$

но вместе с тем в ней являются теоремами такие формулы

$$\vdash Lp \vee P \sim p \vee Yp \text{ и}$$

$$\vdash Pp \vee L \sim p \vee Xp,$$

в соответствии с которыми всякое высказывание или L -необходимо, или P -невозможно, или Y -случайно, и всякое высказывание или P -необходимо, или L -невозможно, или X -случайно. С их помощью могут быть получены утверждения

$$\vdash \sim Xp \equiv Pp \vee L \sim p \text{ и}$$

$$\vdash \sim Yp \equiv Lp \vee P \sim p,$$

показывающие, что и в Ł-логике отрицание случайности эквивалентно выбору между необходимостью и невозможностью. Своеобразие Ł-логики сводится в этом случае к тому, что в ней имеются два понятия случайности и два понятия необходимости, взаимные отношения между которыми являются более сложными и более тонкими, чем обычно.

Недостаток этого объяснения в том, что оно апеллирует к очень неясному различию между двумя видами необходимости. Трудно сказать, чем отбрасываемые формулы

$$\vdash Pp \vee L \sim p \vee Yp \text{ и}$$

$$\vdash Lp \vee P \sim p \vee Xp$$

содержательно отличаются от принимаемых формул

$$\vdash Lp \vee P \sim p \vee Yp \text{ и}$$

$$\vdash Pp \vee L \sim p \vee Xp.$$

Отношениям между парными модальными понятиями Ł-модальной логики трудно придать какой-нибудь содержательно ясный смысл.

Еще одним примером утверждений системы Ł, касающихся случайных высказываний и относимых самим Лукасевичем к парадоксальным, являются законы «двойной случайности»:

$$p \equiv XXp,$$

$$p \equiv YYp.$$

«Проблема состоит в том, — говорит Лукасевич, — чтобы найти такую интерпретацию этим формулам, которая была бы интуитивно удовлетворительна и объясняла бы их кажущуюся необычность»⁷⁷. Однако ему не удается найти никакой подходящей интерпретации, и он ограничивается ссылкой на то, что с точки зрения доказуемости парадоксальных утверждений Ł-логика находится не в худшем положении, чем другие логические системы. Такие утверждения имеются и в классической логике высказываний, и в модальных системах Льюиса.

Подводя итог обсуждению «парадоксальных» или странных тезисов Ł-модальной логики, можно отметить две ее черты, наиболее тесно связанные с появлением в ней этих тезисов. Во-первых, это отрицание существования истинных аподиктических высказываний и, во-вторых, введение парных модальных понятий. Обе эти черты являются существенными характеристиками данной логики, и поэтому не может быть и речи о такой ее перестройке, в результате которой приведенные «парадоксы» оказались бы не доказуемыми в ней. Речь может идти только об отыскании такой интерпретации Ł-логики, которая была бы интуитивно удовлетворительна и вместе с тем придавала бы утверждениям, представляющимся теперь парадоксальными, некоторый смысл⁷⁸.

15.2. Модальная логика и Аристотель

Модальная логика, построенная Аристотелем, представляла собой логику терминов. В работах Аристотеля, и прежде всего в «Аналитиках», имеются формулировки ряда утверждений модальной логики высказываний, но Аристотель никогда не пытался систематически развить этот раздел модальной логики. Тем не менее Лукасевич полагает, что «можно говорить и об аристотелевской модальной логике предложений, так как некоторых теорем Арис-

тотеля вообще достаточно для того, чтобы охватить все виды предложений, а некоторые другие специально сформулированы им с пропозициональными переменными»⁷⁹. В другом месте Лукасевич пишет: «В работах Аристотеля можно найти все элементы, необходимые для построения полной системы модальной логики: основную модальную логику и теоремы экстенциональности»⁸⁰.

Свою Ł-модальную логику Лукасевич считает развитием идей Аристотеля, касающихся модальной пропозициональной логики⁸¹. С этим вряд ли можно согласиться. Идеи Аристотеля не являются ясными в той мере, которая позволила бы с полной определенностью утверждать, что некоторая конкретная модальная система полностью соответствует им и является их развитием, а другая не совместима с ними. С другой стороны, многие важные положения Ł-логики не были и не могли быть известны Аристотелю; такова, например, идея введения парных модальных функторов, требующая для своей реализации весьма высокого развития формальной логики. И наконец, некоторые теоремы системы Ł не согласуются с достаточно ясными высказываниями Аристотеля о свойствах модальных функторов, другие же способны найти подтверждение в текстах Аристотеля только при условии явной модернизации или упрощения его представлений.

Предлагая строгое определение модальной логики, Лукасевич полагает, что он следует традиции, идущей от Аристотеля; саму «основную модальную логику» он считает хорошо известной Аристотелю⁸². Уже с этим нельзя согласиться без оговорок. Аристотелю были, как кажется, известны входящие в эту логику принципы «если необходимо, что p , то p » и «если p , то возможно, что p », но он ни разу, как это признает сам Лукасевич, не сформулировал их явно. Отбрасываемые формулы этой логики Mp и $\sim Lp$ Лукасевич называет «аристотелевскими» на том основании, что они являются следствиями принимаемого Аристотелем допущения о существовании истинных аподиктических высказываний⁸³. Если принимается La , то должны быть приняты $L \sim \sim \alpha$ и — в силу $q \supset (\sim q \supset p) - La \supset (\sim La \supset p)$ и $L \sim \sim \alpha \supset (\sim L \sim \sim \alpha \supset p)$; по правилу отделения из последних выражений получаются $\sim La \supset p$ и $\sim L \sim \sim \alpha \supset p$, но так как p должно быть отброшено, выражения $\sim La$ и $\sim L \sim \sim \alpha$ также следует отбросить; это означает, что отбрасываются и формулы $\sim Lp$ и $\sim L \sim p$, то есть Mp . Этот путь, ведущий от указанного допущения к отбрасываемым формулам основной модальной логики, не очевиден и вряд ли он мог быть известен Аристотелю. Кроме того, само понятие отбрасывания имело у Аристоте-

ля несколько иной смысл, чем в основной модальной логике: он отбрасывал неправильные формы силлогизма, используя главным образом конкретные термины; одно из двух имеющихся в этой логике правил отбрасывания было, как указывает Лукасевич, «предвосхищено Аристотелем, второе было ему неизвестно»⁸⁴.

Наиболее важной и наиболее удачной попыткой Аристотеля выйти за пределы основной модальной логики Лукасевич считает допущение им законов экстенциональности для модальных функторов. Аристотель говорит о силлогизме: «В самом деле, если предложить, что <обе> посылки суть А, а заключение есть Б, то <отсюда вытекает>, что не только если А необходимо, необходимо и Б, но и также, что если возможно <А>, то возможно и Б»⁸⁵. Учитывая, что всякий силлогизм является импликацией, утверждение Аристотеля можно представить символически так:

$$(1) \quad (p \supset q) \supset (Lp \supset Lq),$$

$$(2) \quad (p \supset q) \supset (Mp \supset Mq).$$

(p представляет конъюнкцию двух посылок, а q – заключение силлогизма)

Эти формулы считаются аристотелевскими А. Беккером и И. Бохеньским, но нужно признать, что они следуют за внешней формой высказываний Аристотеля и не вполне адекватно передают его мысль⁸⁶. Согласно Аристотелю, связь между посылками и заключением правильного силлогизма должна быть необходимой. В приведенном высказывании об этом не говорится, но это следует из самого контекста рассуждений Аристотеля. Учитывая это обстоятельство, рассматриваемое высказывание следовало бы представить так:

$$(3) \quad L(p \supset q) \supset (Lp \supset Lq) \quad \text{и}$$

$$(4) \quad L(p \supset q) \supset (Mp \supset Mq).$$

В пользу такого представления говорит и следующее утверждение Аристотеля из этой же главы «Первой аналитики»: «Прежде всего, мы должны сказать, что если Б необходимо должно быть, когда есть А, то необходимо, чтобы Б было возможно, когда возможно А»⁸⁷. Именно это утверждение Аристотель находит нужным сопроводить специальным доказательством.

Формулы (3) и (4) слабее, чем соответствующие им формулы (1) и (2) с ассерторическими антецедентами: из вторых выводимы первые с помощью принципа $Lp \supset p$. Формулы (3) и (4) являются теоремами как модальных систем Льюиса, так и модальной логики Лукасевича; формулы же (1) и (2), именуемые Лукасевичем «законами экстенциональности в широком смысле», доказуемы толь-

ко в Ł-модальной логике. Нет, однако, никаких твердых оснований считать, что эти законы принимались Аристотелем. В поддержку более сильного истолкования приведенных утверждений Аристотеля Лукасевич ссылается также на следующее его высказывание: «В самом деле, было уже доказано, что так как когда есть А, есть и Б, то когда возможно А, то возможно и Б»⁸⁸. Но ясно, что здесь Аристотель просто подводит итог тому, что говорилось ранее по этому поводу, и опускает некоторые детали.

Дело не только в том, что те утверждения Аристотеля, которые можно было бы истолковать как первые формулировки законов экстенциональности в широком смысле, весьма немногочисленны (их всего два) и не вполне согласуются с другими его высказываниями. Сложность истолкования этих утверждений связана также с тем, что встречающиеся в них понятия «необходимо» и «возможно» имеют смысл, явным образом связанный со временем. Об этом говорит уже даваемое Аристотелем доказательство закона *M*-экстенциональности: пусть А возможно, а Б невозможно; если возможное, поскольку оно возможно, произошло бы, а невозможное, поскольку оно невозможно, не произошло бы, то оказалось бы, что А может произойти без Б, что противоречит посылке, утверждающей, что если есть А, то есть и Б⁸⁹. В контексте же таких связанных со временем понятий, как «произошло», понятия необходимости и необходимой импликации имеют очень своеобразный смысл и вряд ли могут представляться с помощью *L* и *L*(... ⊃ ...), как они представлялись в формулах (1)-(4). По разъяснению комментатора Аристотеля Александра Афродизийского, необходимая импликация такова, что ее консеквент *всегда*, то есть в любой момент времени, следует из антецедента⁹⁰. В соответствии с этим аристотелевское выражение «Б необходимо должно быть, когда есть А» следует представлять не в форме строгой импликации « $L(A \supset B)$ », но скорее в форме « $(\forall t)((A \text{ имеет место в } t) \supset (B \text{ имеет место в } t))$ ».

Лукасевич посвящает специальный параграф своей книги «Аристотелевская силлогистика...» обсуждению «принципа необходимости», установленного Аристотелем. В этом параграфе, озаглавленном «Аристотелевский парадокс», Лукасевич стремится показать, что правило необходимости «если доказано, что α, то необходимо, что α» было установлено впервые Аристотелем. Так как это правило позволяет получить целый ряд следствий, кажущихся Лукасевичу неприемлемыми, он называет его «аристотелевским парадоксом»⁹¹.

В работе «Об истолковании» Аристотель говорит, что «сущему, когда оно существует, необходимо существовать, точно также и не сущему, когда оно не существует, необходимо не быть»⁹². Это не означает, поясняет здесь же он, ни того, что все существующее необходимо, ни того, что все несуществующее невозможно: поскольку не одно и то же сказать, что нечто существующее необходимо, когда оно существует, и сказать, что оно просто необходимо.

Эти высказывания Аристотеля относятся к его анализу единичных предложений о будущих событиях и содержат временные понятия. Сформулированный Аристотелем принцип о необходимости существующего и невозможности несуществующего Лукасевич именуется «принципом необходимости» и предлагает следующие два его истолкования. Согласно первому из них, этот принцип устанавливает «гипотетическую необходимость» существующего, родственную силлогистической необходимости. Первая необходимость не отличается от второй, за исключением тех случаев, когда первая применяется не к силлогизмам, а к высказываниям о единичных событиях. Такие высказывания всегда содержат временную квалификацию. Но если эту квалификацию включить в содержание высказывания, то входящую в него временную частицу можно заменить на условную. Например, во высказывания «необходимо, что морское сражение должно быть, когда оно есть» можно перейти к высказыванию «необходимо, что завтра должно быть морское сражение, если оно будет завтра». Так как гипотетическая необходимость является необходимой связью высказываний, последнюю импликацию можно считать эквивалентной импликации «необходимо, что если морское сражение будет завтра, оно должно быть завтра», являющуюся подстановкой в формулу $L(p \supset p)$.

Принципу необходимости можно придать и другое значение, понимая содержащуюся в нем необходимость как необходимую связь терминов. Высказывание Аристотеля «... если справедливо утверждать, что нечто бело или не бело, то необходимо, чтобы оно было белым или небелым»⁹³, Лукасевич истолковывает как установление необходимой связи между «вещью» (субъектом) и «белым» (предикатом). Используя пропозициональную переменную вместо высказывания «нечто – белое», он получает формулу «если истинно, что p , то необходимо, что p », $p \supset Lp$. Принятие ее ведет к разрушению пропозициональной модальной логики. Если, однако, заменить слова «истинно, что p » выражением « a принимается», то принципу необходимости во втором его истолковании можно придать вид правила « a принимается, следовательно, необходимо, что a ». Это правило доказуемо во многих модальных системах.

Двумя основными недостатками рассуждений, призванных показать, что правило необходимости восходит к Аристотелю, являются недостаточное внимание к временным квалификациям, содержащимся в высказываниях Аристотеля, и отождествление тех принципиально различных смыслов понятия «необходимо», которые оно имеет у Аристотеля.

В работах Аристотеля можно выделить, по меньшей мере, *пять* разных употреблений понятия «необходимо»:

1) *Условная, или силлогистическая, необходимость.* Она характеризует отношение между посылками и заключением правильного силлогизма.

2) *Необходимость, которую можно назвать тавтологической.* Необходимыми в этом смысле являются, например, закон противоречия и закон исключенного третьего. Примеры Аристотеля: «невозможно, чтобы противоречащие утверждения были вместе истинными по отношению к одному и тому же <предмету>»⁹⁴, «противоречащие <друг к другу> утверждения... не могут быть вместе истинными»⁹⁵, «невозможно одновременно утверждать и отрицать <одно и то же>»⁹⁶, «невозможно, чтобы одно и то же вместе было и не было присуще одному и тому же и в одном и том же смысле»⁹⁷; «один из двух членов противоречия должен быть истинным... отрицание и утверждение не могут быть оба ложными»⁹⁸, «из <двух> противоположностей одна является необходимо присущим»⁹⁹.

3) *Необходимость в смысле прямой связи с сущностью;* необходимо все то, что вытекает из сущности предмета, из определения, раскрывающего эту сущность. Как говорил Аристотель, «... то, что само по себе присуще предметам, является необходимым»¹⁰⁰.

4) *Гипотетическая необходимость.* Необходимым в этом смысле является все прошлое и существующее сейчас: оно не может не быть, его нельзя ни отменить, ни изменить, так как объектом всякого изменения и преобразования является только будущее. Гипотетическая необходимость, тесно связанная со временем, широко обсуждалась в древности. Ее можно назвать также «временной необходимостью». Александр Афродизийский говорит: «Аристотелю самому было известно о различии между разными родами необходимости, которое проводилось его друзьями. Это стало более ясно благодаря прибавлению к тому месту сочинения «Об истолковании», где он предвосхищает такое истолкование. Аристотель имеет в виду будущие единичные события, когда пишет о возможности противоречия так: «Сущему, поскольку оно

существует, необходимо существовать, точно так же и не сущему, поскольку оно не существует, необходимо не быть». Это и есть гипотетическая необходимость»¹⁰¹. В «Никомаховой этике» Аристотель утверждает гипотетическую необходимость прошлого: «... прошлое не может не быть»¹⁰²; в работе «Об истолковании» он пытается доказать, что в случае принятия принципа (строгого) детерминизма не только прошлое и настоящее, но и будущее окажется гипотетически необходимым¹⁰³. Эту же необходимость имеет в виду Теофраст, когда говорит, что наличное бытие, когда оно наличествует, необходимо, ибо тогда невозможно, чтобы оно не наличествовало¹⁰⁴. Утверждение Аристотеля, о необходимости прошлого было воспринято стоиками и явилось источником средневекового афоризма «quod fuit non potest non fuisse».

5) *Временная необходимость импликации*. В импликации, необходимой в этом смысле, консеквент в любой момент времени вытекает из антецедента. Эта необходимость не вполне ясно выражена у Аристотеля, но широко обсуждалась стоиками. В частности, споры Филона и Диодора по поводу условий истинности импликации связаны именно с вопросом: должна ли истинная импликация быть необходимой в смысле независимости ее от того времени, когда она высказывается. Филон давал отрицательный ответ на этот вопрос, Диодор – утвердительный. Примеры истинных импликаций Филона: «если день, то я разговариваю», «если ночь, то день». Согласно Диодору эти импликации являются ложными. Может оказаться, что в какой-то день человек, высказавший первую из них, не разговаривает; вторая импликация будет ложной ночью. «Филон говорил, что условное высказывание является истинным тогда, когда не есть так, что, начинаясь с истинного <высказывания>, она кончается ложным», «Диодор же говорил, что условное высказывание истинно тогда, когда оно ни не могло, ни не может, начинаясь истинным, закончиться ложным»¹⁰⁵.

Не все эти смыслы необходимости являются независимыми. Можно, например, утверждать, что силлогистическая необходимость совпадает с тавтологической и что необходимость как характеристика связи с сущностью может быть сведена к одному из двух первых видов необходимости. Ясно также, что гипотетическая необходимость близка по своей природе временной необходимости импликации. Вместе с тем очевидно, что гипотетическая необходимость не должна отождествляться ни с условной, ни с тавтологической: первая может иметь место только в контексте временных последовательностей событий, вторые совершенно не связаны со временем.

Принцип необходимости, сформулированный Аристотелем, говорит о гипотетической необходимости существующего и не может быть, вопреки убеждению Лукасевича, сведен к установлению силлогистической необходимости. Представление этого принципа в форме $L(p \supset p)$ совершенно не способно передать его смысл. Предлагаемое Лукасевичем первое истолкование принципа необходимости явно неадекватно. Интересно отметить, что в своей более ранней работе Лукасевич представлял символически утверждение о необходимости существующего в форме $\sim p \supset \sim Mp$, то есть $p \supset Lp$. Это было ближе к идеям Аристотеля, если L является знаком гипотетической необходимости. Правильное истолкование принципа необходимости требует введения временных понятий. Аристотелевское положение о необходимости существующего имеет с правилом необходимости только чисто внешнюю связь.

Второе истолкование принципа необходимости также не вполне корректно. В утверждении Аристотеля «... если справедливо утверждать, что нечто бело или не бело, то необходимо, чтобы оно было белым или не белым» речь идет не о необходимой связи между «вещью» и «белым» и из него не вытекает формула «если истинно, что p , то необходимо, что p ». Выводя ее, Лукасевич представляет с помощью переменной p два разных высказывания: «нечто — белое» и «нечто белое или небелое». Если обозначить высказывание «нечто — белое» через p , а «нечто белое или небелое» через $\sim p$, то утверждение Аристотеля можно перефразировать так: «если истинно p или $\sim p$, то необходимо, что p или $\sim p$ ». В этом последнем утверждении можно при желании усмотреть зародыш правила необходимости, позволяющего предварить всякую тавтологию знаком необходимости. Однако скорее всего и здесь Аристотель имеет в виду не тавтологическую или близкую ей необходимость, а именно гипотетическую необходимость и рассматриваемое его утверждение является другой формулировкой того же самого принципа необходимости существующего.

Таким образом, попытку Лукасевича связать современное правило необходимости с именем Аристотеля вряд ли можно признать успешной.

Об L -модальной логике трудно сказать, что она является воплощением и развитием идей Аристотеля. Можно тем не менее утверждать, что Лукасевич близок Аристотелю в несколько более общем смысле, близок ему в своей содержательной трактовке модальностей и в намечаемых приложениях модальной логики. В отличие от Льюиса, Лукасевич не ограничивает исследуемых значений понятий «возможно» и «необходимо» логическими возможностью и необходимостью, стремясь указать те свойства данных

понятий, которые характерны для любого их употребления. В то же время он, подобно Аристотелю, пытается эксплицировать прежде всего употребление модальных понятий во временных контекстах, полагая, что наиболее интересной сферой приложения модальной логики являются рассуждения о будущем, о детерминизме и индетерминизме, о существовании прошлых, настоящих и будущих событий, об истинностных значениях высказываний, о временном существовании.

16.2. Особенности подхода Лукасевича к построению модальной логики

Остановимся в заключении на некоторых общих особенностях подхода Лукасевича к построению модальной логики. Первая модальная система была предложена им в 1920 г., вторая – в 1953 г. Несмотря на то, что эти две системы разделены более чем тридцатилетним промежутком времени и что первая из них была признана самим Лукасевичем явно неудовлетворительной, они имеют очень много общего как в самой манере их построения и в предъявляемых к ним требованиях, так и в самой своей конкретной структуре.

Лукасевич постоянно стремится связать свои модальные системы с традиционными представлениями о модальных высказываниях и в особенности с представлениями Аристотеля.

Само построение модальной системы Лукасевич начинает с указания тех утверждений, включающих модальные понятия, которые должны оказаться теоремами этой системы. Множество этих утверждений играет у него роль своеобразного определения модальной логики: логическая система, не охватывающая всех этих утверждений, не может быть названа удовлетворительной или адекватной модальной системой. В число исходных утверждений Лукасевичем включаются модальные принципы, имеющие большую историческую традицию и не вызывающие сомнений в своей приемлемости.

По мысли Лукасевича, всякая модальная система должна быть экстенсиональной в том смысле, что значения модальных выражений должны определяться значениями входящих в них пропозициональных переменных. Этому требованию удовлетворяют обе его модальные логики и не удовлетворяет ни одна из льюисовских систем. Введение данного требования Лукасевич мотивирует

тем, что если бы модальные функции были интенциональными и их значения истинности не зависели бы исключительно от значений истинности их аргументов, то невозможно было бы сказать, что означают «возможность» и «необходимость».

С требованием экстенционального характера модальной логики прямо связано положение, что модальная логика должна быть многозначной системой. Лукасевичем были даны два доказательства этого положения. Первое из них, связанное с его трехзначной логикой, является, как мы уже отмечали, не совсем удачным, второе использует определение основной модальной логики и протекает так. Каждая система модальной логики должна включать в качестве собственной части основную модальную логику. Но задаваемые этой логикой функторы M и L отличаются по своим свойствам от любого из четырех одноаргументных функторов V , S , N и F двузначного исчисления. M не может быть V , так как Mp отбрасывается, а Vp принимается; оно не может быть S , ибо $Mp \supset p$ отбрасывается, а Sp принимается; оно не может быть ни N , ни F , так как $p \supset Mp$ принимается, в то время как $p \supset Np$ и $p \supset Fp$ отбрасываются. То же самое верно для L . «Функторы M и L не имеют интерпретации в двузначной логике. Следовательно, любая система модальной логики должна быть многозначной»¹⁰⁶. Это доказательство прямо использует положение об экстенциональности модальной логики и ясно показывает, что само определение основной модальной логики сформулировано таким образом, чтобы ни один одноаргументный функтор двузначной логики не удовлетворял ему.

Другим источником идеи о многозначности модальной логики Лукасевич считает допущение о том, что высказывания о будущих случайных событиях не являются сейчас ни истинными, ни ложными. Это допущение требует введения по меньшей мере еще одного значения истинности.

Обе построенные Лукасевичем модальные логики используют три значения истинности: истинно, ложно и возможно. Свообразие его четырехзначной логики в том, что в ней вводятся два символа для одной и той же возможности: « L -модальная логика является четырехзначной системой, с двумя значениями, 2 и 3, обозначающими возможность, однако, несмотря на это, оба значения представляют одну и ту же самую возможность в двух разных видах»¹⁰⁷.

Лукасевич требует, чтобы модальная логика была истинностно-функциональной, так как в противном случае не будет ясен смысл модальных высказываний. Но такая модальная логика не

может быть, как он сам показывает, двужанной, она обязательно является многозначной, причем модальным понятиям в ней соответствуют те функции, которые не являются аналогами двужанной одноаргументных функций. Это означает, что «необходимость» и «возможность» в многозначной модальной логике определяются в терминах как раз тех истинностных значений, которые лежат между истинной и ложью. Например, в четырехзначной логике

$$Lp =_{Df} \sim (p \supset f_3),$$

$$Mp =_{Df} f_2 \supset p,$$

$$Wp =_{Df} f_3 \supset p$$

(f_2 и f_3 – константы, которым приписаны в качестве значений 2 и 3 соответственно).

Оказывается, таким образом, что проблема значения модальных понятий сводится к проблеме, что представляют собой промежуточные значения истинности. Последняя же является одной из самых сложных проблем многозначной логики. Поэтому требование экстенционального характера модальной логики вовсе не означает автоматически требования модальной логики с ясными понятиями «необходимости» и «возможности». Единственное, что достигается в такой логике, это то, что вопрос об интерпретации модальных понятий сводится к не менее сложному вопросу об интерпретации дополнительных значений истинности.

«Проблема интерпретации истинностных значений, – пишет А.С. Карпенко, – является центральной и, видимо, сложнейшей проблемой для многозначных логик»¹⁰⁸. Он отмечает, что несмотря на тот исключительный интерес, которым пользовались многозначные логики Лукасевича, вопрос об интерпретации истинностных значений в этих логиках все еще остается актуальным. «Без интерпретации приписывания определенного логического значения числу n «истинностных значений», любое n -значное исчисление остается абстрактной структурой»¹⁰⁹. В сущности, таково было мнение и самого Лукасевича, уже первая работа которого по многозначной логике была посвящена преимущественно вопросу истолкования третьего, промежуточного между «истиной» и «ложью» значения. Лукасевичу вопрос об интерпретации казался особенно важным, поскольку как раз в терминах этих значений им определялись модальные понятия. Вопрос о содержательно разном смысле промежуточных значений истинности многозначной логики не менее сложен, чем вопрос о смысле модальных понятий. Это означает, что путь прояснения модальной логики посредством определения ее понятий в терминах понятий какой-либо многозначной логики не является заведомо наиболее эффективным.

Можно показать не только то, что всякая экстенциональная модальная логика, удовлетворяющая определению Лукасевича, является многозначной, но и то, что каждая функционально полная многозначная логика является модальной. Трехзначная логика содержит два функтора, имеющих те свойства, которые требуются определением основной модальной логики от L и M ; во всякой $m+1$ -значной логике может быть построена модель соответствующей m -значной логики, то есть могут быть найдены $m+1$ -значные функторы, формальные свойства которых совпадают со свойствами m -значных функторов¹¹⁰.

Хотя модальная логика и должна быть, по мнению Лукасевича, многозначной, он тем не менее требует, чтобы модальные функторы удовлетворяли принципу двузначности

$$\delta p \ \& \ \delta \sim p \supset \delta q.$$

В случае трехзначной логики это требование как бы повисает в воздухе: оно выдвигается Лукасевичем, но формула

$$M p \ \& \ M \sim p \supset M q$$

не является теоремой этой логики. В четырехзначной логике доказуемы не только последняя формула, но и сам принцип двузначности.

Модальные функторы трактуются Лукасевичем как одноаргументные постоянные функторы, образующие из высказываний высказывания. Так как эти функторы должны быть истинностно-функциональными, они не могут применяться ни к именам, ни к «открытым» высказываниям, содержащим неявно временные, пространственные или иные переменные и не имеющим в силу этого определенного истинностного значения. С другой стороны, если допустить, что модальные функторы способны образовывать «открытые» высказывания из обычных высказываний или, подобно кванторам, обычные высказывания из открытых, то доказательство многозначности модальной логики окажется несостоятельным.

Лукасевич стремится не ограничиваться анализом одного из смыслов модальных понятий, его задачей является выявление тех формальных их свойств, которые присущи им в самых разных контекстах. Вместе с тем в центре его внимания всегда находится использование данных понятий в прогностических высказываниях, не являющихся ни истинными, ни ложными. Именно с этим обстоятельством связано, как указывалось ранее, то, что его интересует главным образом не понятие необходимости, а понятие возможности и определенное в его терминах понятие случайнос-

ти. В работе 1930 года, посвященной обстоятельному анализу трехзначной логики, знак необходимости вообще не вводится¹¹; в четырехзначной логике необходимость присутствует лишь в качестве сокращения для отрицания возможности.

Обе построенные модальные логики Лукасевич использует для обсуждения одних и тех же проблем и, прежде всего, — проблемы детерминизма.

Примечания

- ¹ Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. М., 1959. С. 233.
- ² Łukasiewicz J. Arithmetic and Modal Logic // Selected Works. Warsaw, 1970. P. 397.
- ³ Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 236.
- ⁴ См.: Łukasiewicz J. System logiki modalnej // Z zagadnień logiki i filozofii. Warszawa, 1961. S. 275–280 (Łukasiewicz J. System logiki modalnej // The Journal of Computing Systems. 1953. Vol. 1. №3); Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. М., 1959. § 38. Описание четырехзначной модальной логики Лукасевича основывается на его работах «System logiki modalnej», «A System of Modal Logic» (Actes du XV^e Congres International de Philosophie. 1953. Vol. 14), «Arithmetic and Modal Logic», «On a Controversial Problem of Aristotle's Modal Syllogistic» (Dominican Studies. 1954. Vol. 7. №2) и «Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики» (гл. 6–8).
- ⁵ Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 198.
- ⁶ См.: Łukasiewicz J. System logiki modalnej. S. 276–277.
- ⁷ Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 285.
- ⁸ Łukasiewicz J. System logiki modalnej. S. 285.
- ⁹ См. Łukasiewicz J. System logiki modalnej. S. 285–286, 296–297; Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 226–228, 234–235.
- ¹⁰ Описание того, как должна совершаться подстановка на место переменного функтора, и примеры таких подстановок даны в: Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 226–288; Łukasiewicz J. O zmiennych funktorach od argumetów zdaniowych // Z zagadnień logiki i filozofii. Warszawa, 1961. S. 252–253 (On Variable Functors of Propositional Arguments // Proceeding of the Royal Irish Academy. 1951. Sect. A); Łukasiewicz J. System logiki modalnej. S. 296–297.
- ¹¹ О δ -определениях см.: Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. § 48; Łukasiewicz J. O zmiennych funktorach od argumetów zdaniowych. S. 253–254.
- ¹² См.: Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 235.

- 13 Там же.
- 14 Там же. С. 224.
- 15 Jukasiewicz J. System logiki modalnej. S. 287-288.
- 16 Там же. С. 288.
- 17 См.: Smiley T. On Łukasiewicz's Ł-modal System // Notre Dame Journal of Formal Logic. 1961. Vol. 2.
- 18 См.: Lukasiewicz J. System logiki modalnej. S. 286-288; Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 223-225.
- 19 Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 241.
- 20 Łukasiewicz J. System logiki modalnej. S. 284.
- 21 См.: Ивин А.А. Определения алетических и деонтических модальных функторов в терминах материальной импликации и констант // Неклассическая логика. М., 1970. С. 113, 119.
- 22 См.: Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 249.
- 23 См.: Lukasiewicz J. System logiki modalnej. S. 288.
- 24 См. Smiley T. Relative Necessity // The Journal of Symbolic Logic. 1963. Vol. 28. №2. См. также Ивин А.А. Определения алетических и деонтических модальных функторов в терминах материальной импликации и констант.
- 25 См.: Smiley T. Relative Necessity. P. 127.
- 26 См.: Там же. С. 128-129.
- 27 См.: Łukasiewicz J. On the Intuitionistic Theory of Deduction // Selected Works. Warsaw, 1970.
- 28 См.: Черч А. Введение в математическую логику. М. 1960. С. 135, 136, 141.
- 29 Łukasiewicz J. On the Intuitionistic Theory of Deduction.
- 30 См.: Prior A.N. The Interpretation of Two Systems of Modal Logic // The Journal of Computing Systems. 1954. Vol. 1. №2; Prior A.N. Time and Modality. Oxford, 1957. Ch. 1; Prior A.N. Quantification and Ł-modality // Notre Dame Journal of Formal Logic. 1962. Vol. 3. №2.
- 31 См.: Łukasiewicz J. Uwagi filozoficzne o wielowartościowych systemach rachunku zdań // Z zagadnień logiki i filozofii. Warszawa, 1961. S. 152. (Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls // Comptes rendus de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie. 1930. Cl. III, 23).
- 32 Łukasiewicz J. System logiki modalnej. S. 289.
- 33 См.: Rasiowa H. On a Fragment of the Implicative Propositional Calculi // Studia Logica. 1955. Vol. 3.
- 34 Об открытых, или неопределенных, высказываниях см.: Ивин А.А. Логика. М., 1999. Гл. 6.
- 35 См.: Lewis C.I., Langford C.H. Symbolic Logic. N.Y., 1932; Фейс Р. Модальная логика. М., 1974.
- 36 Некоторые из этих различий отмечались самим Лукасевичем в работах «System logiki modalnej» (с. 293-296), «Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики» (с. 246-247), А. Прайором в «Time and Modality» (р. 125-132) и другими авторами.
- 37 См.: Łukasiewicz J. System logiki modalnej, S. 294 и Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 248.

- 38 Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 241.
- 39 Łukasiewicz J. System logiki modalnej, S. 290.
- 40 Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 242.
- 41 См.: Там же. С. 249-250.
- 42 См.: Там же. С. 200.
- 43 См.: Prior A.N. In What Sense is Modal Logic Many-valued? // Analysis. 1952. Vol. 12. №6.
- 44 См.: Łukasiewicz J. Uwagi filozoficzne o wielowartościowych systemach rachunku zdań // Z zagadnień logiki i filozofii. Warszawa, 1961. S. 149; Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 220, 242-248; Łukasiewicz J. O zmiennych funktozach od argumetów zdaniowych. // Z zagadnień logiki i filozofii. Warszawa, 1961 (Łukasiewicz J. On Variable Functors of Propositional Arguments // Proceeding of the Royal Irish Academy. 1951. Sect. A). В последней из этих работ Лукасевич показывает, что из $Mp \supset M \sim p$ (Mp означает здесь «случайно p ») и $\delta p \supset (\delta \sim p \supset \delta q)$ выводима формула $Mp \supset Mq$. Если затем предположить, что есть случайные высказывания, $(\exists p)Mp$, то можно доказать, что всякое высказывание случайно, $(\forall p)Mp$. Так как это явно неприемлемо, необходимо, заключает Лукасевич, отбросить основной принцип модальной силлогистики Аристотеля: «если случайно p , то случайно не p ». В 1974 г. в письме Ю. Бохеньскому Лукасевич показал, что с помощью принципа двужначности из $Mp \equiv M \sim p$ может быть выведено Mp (см.: Łukasiewicz J. O zmiennych funktozach od argumetów zdaniowych. S. 251).
- 45 Łukasiewicz J. Arithmetic and Modal Logic // Selected Works. Warszawa, 1970. P. 397.
- 46 Łukasiewicz J. On a Controversial Problem of Aristotle's Modal Syllogistic // Dominican Studies, 1954. Vol. 7. №2. P. 295.
- 47 Łukasiewicz J. Arithmetic and Modal Logic. P. 395-396.
- 48 Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 206.
- 49 Там же. С. 47.
- 50 Там же. С. 207-208.
- 51 Там же. С. 208.
- 52 См.: Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики, с. 211-213; Łukasiewicz J. Arithmetic and Modal Logic. P. 391-393, а так же Quine W.V.O. Three Grades of Modal Involvement // Proceedings the XI-th International Congress of Philosophy. Brussels, 1953. Vol. 14; Quine W.V.O. Notes on Existence and Necessity // Journal of Philosophy, 1943. Vol. 40. №1.
- 53 См.: Quine W.V.O. Three Grades of Modal Involvement. P. 80.
- 54 Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики, с. 213.
- 55 См.: Карнап П. Значение и необходимость. М., 1958; Hintikka J. Modality and Quantification // Theoria, 1961. Vol. 27; Hintikka J. The Modes of Modality // Acta philosophica fennica, 1963. № 16.
- 56 См.: Smullyan A.F. Modality and Description // The Journal of Symbolic Logic. 1948. Vol. 13, №1; Fitch F.B. The Problem of the Morning Star and the Evening Star // Philosophy of Science. 1949. Vol. 16. №1; Myhill J. Problems Arising in the

- Formalization of Intensional Logic // *Logique et analyse*. 1958. Vol. 1.; Montague R. Logical Necessity, Physical Necessity, Ethics and Quantifiers // *Juquiry*. 1960. Vol. 3.
- 57 Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 281.
- 58 Аристотель. Первая аналитика. I, 9, 30a30; Аристотель. Вторая аналитика. I, 6, 74b6.
- 59 Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 282.
- 60 Там же.
- 61 Там же.
- 62 Там же.
- 63 См.: Ивин А.А. Теория аргументации. М., 2000. С. 95-98.
- 64 Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 247, 283-284.
- 65 См.: Lukasiewicz J. System logiki modalnej, S. 293-296; Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 246-248; Lukasiewicz J. Arithmetic and Modal Logic. P. 397.
- 66 Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 235-236.
- 67 Там же. С. 247.
- 68 Аристотель. Первая аналитика. 9, 30a37.
- 69 См., например: Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 203, 206-207.
- 70 См.: Prior A.N. Time and Modality. Oxford, 1957. P. 3-4.
- 71 См.: Anderson A.R. On the Interpretation of a Modal Systems of Łukasiewicz // *Journal of Computing Systems*. 1954. Vol. 1. №4.
- 72 Prior A.N. Quantification and Ł-modality // *Notre Dame Journal of Formal Logic*. 1962. Vol. 3. №2.
- 73 См.: Prior A.N. Quantification and Ł-modality. P. 144.
- 74 См.: Lukasiewicz J. Arithmetic and Modal Logic. P. 400.
- 75 См.: Prior A.N. Quantification and Ł-modality.
- 76 См.: Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 246.
- 77 Там же. С. 248.
- 78 См. в этой связи: Ивин А.А. Парадоксы модальной логики Я. Лукасевича // *Философские науки*. 1980. №1.
- 79 Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 193.
- 80 Там же. С. 280.
- 81 Там же. 192-193.
- 82 См. этой связи: Bull R.A., Segerberg K. Basic Modal Logic // *Handbook of Philosophical Logic*. Vol. II: Extensions of Classical Logic. Dordrecht, 1984.
- 83 Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 197.
- 84 Там же. С. 121.
- 85 Аристотель. Первая аналитика. I, 15, 34a22.

- 86 См.: Becker A. Die Aristotelische Theorie der Möglichkeitsschasse. Berlin, 1933. S. 42. Bocheński I.M. Ancient Formal Logic. Amsterdam, 1951. P. 71.
- 87 Аристотель. Первая аналитика. I, 15, 34a15.
- 88 Там же. I, 15, 34a29.
- 89 Там же. I, 15, 34a8.
- 90 См.: Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 209.
- 91 См.: Łukasiewicz J. Arithmetic and Modal Logic. P. 396; Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 217.
- 92 Аристотель. Об истолковании. 9, 19a23.
- 93 Там же. 9, 18a39.
- 94 Аристотель. Метафизика. IV, 6.
- 95 Там же. IV, 8.
- 96 Аристотель. Вторая аналитика. I, 11, 77a12.
- 97 Аристотель. Метафизика. IV, 3.
- 98 Там же. IV, 8.
- 99 Аристотель. Вторая аналитика. I, 6, 74b8.
- 100 Там же. I, 6, 74b6.
- 101 Цит. по: Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 215.
- 102 Аристотель. Никомахова этика. СПб., 1908. С. 109.
- 103 Аристотель. Об истолковании. 9, 18a.
- 104 См.: Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 214.
- 105 Sekstus Empiryk. Przeciw logików. Warszawa, 1970. С. 113-115.
- 106 Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. С. 233.
- 107 Łukasiewicz J. System logiki modalnej, S. 290.
- 108 Карпенко А.С. Многозначные логики. М., 1997. С. 121.
- 109 Jordan Z. The Development of Mathematical Logic and of Logical Positivism in Poland Between the Two Wars. Oxford, 1945. «Перед тем, как Вы примете многозначную логику как долгожданного брата, — пишет Д. Скотт, — попробуйте понять, что могут означать дробные истинностные значения. И имеют ли они какой-либо смысл? Каково концептуальное подтверждение «промежуточных значений»» (Scott D. Does Many-valued Logic Have Any Use? // Philosophy of Logic. Oxford, 1976. P. 64). О сложности проблемы интерпретации многозначных логик см. также: Зиновьев А.А. Проблема значений истинности в многозначной логике // Вопросы философии. 1959. №3; Зиновьев А.А. Философские проблемы многозначной логики. М., 1960.
- 110 Последнее утверждение доказано в: Tzu-Hua Hoo. M-valued Sub-system of (m+n)-valued Propositional Calculus // Journal of Symbolic Logic. 1949. Vol. 14. №8. См. также: Prior A.N. Time and modality. P. 7.
- 111 См.: Łukasiewicz J. Uwagi filozoficzne o wielowartościowych systemach rachunku zdań // Z zagadnień logiki i filozofii. Warszawa, 1961.

ГЛАВА 3 ДЕТЕРМИНИЗМ, ИСТИНА, ПРИЧИННОСТЬ

1.3. Лукасевич о детерминизме

Три темы, непосредственно связанные с модальной логикой, проходят сквозной нитью через все творчество Лукасевича: детерминизм, каузальное истолкование истины и определение причинности.

Все эти темы касаются связей модальных понятий со временем. Лукасевич продолжает здесь античную традицию, выраженную наиболее ясно Аристотелем и стоиками (Диодор Кронос, Филон), рассматривавшими логические понятия (возможность, случайность, импликацию и др.) в контексте времени¹.

Логика времени возникла, как известно, только в конце 50-х годов XX века, уже после смерти Лукасевича². Хотя сам Лукасевич никогда прямо не говорил о введении временных понятий («было», «есть», «будет», «раньше», «одновременно», «позже» и т.п.) в логическую форму, на основании того, что он говорил о связи модальных понятий со временем, его можно рассматривать как одного из непосредственных предшественников логики времени.

Далее предпринимается попытка развить идеи Лукасевича о детерминизме, временной истине и причинности. Формализации первых двух идей опираются на логику времени и не могли быть осуществлены самим Лукасевичем.

Представляется, что предлагаемые далее формализованные теории в целом соответствуют тем смыслам, которые Лукасевич вкладывал в рассматриваемые понятия.

С расширением предмета модальной логики понятия детерминизма, истины, причинности и т.п. были включены в число модальных понятий. Размышления Лукасевича о данных понятиях явились, таким образом, пролегоменами к построению современных модальных теорий детерминации, истины и причинности.

Из числа всех возможных философских приложений как трехзначной, так и четырехзначной модальной логики Лукасевича больше всего интересовало обсуждение проблемы детерминизма.

В своей «Прощальной лекции», прочитанной в 1918 г., то есть непосредственно после открытия трехзначной логики, Лукасевич говорил: «Я доказал, что наряду с истинными и ложными высказываниями имеются *возможные* высказывания, которым соответствует объективная возможность в качестве чего-то третьего в дополнении к бытию и небытию. Это положило начало системе *трехзначной* логики, которую я развил в деталях прошлым летом. Эта система последовательна и непротиворечива, как и аристотелевская логика, и вместе с тем она богаче законами и формулами. Эта новая логика путем введения понятия объективной возможности разрушает прежнее понятие науки, основанное на необходимости. Возможные явления не имеют причин, хотя сами они могут быть началом причинной цепи. Деятельность творческого индивида может быть свободной и тем самым оказывать влияние на ход событий в мире»³.

В своей первой публикации, посвященной трехзначной логике, Лукасевич писал: «Имеет ли новая система логики какое-либо практическое значение, станет ясно только тогда, когда будут тщательно исследованы логические явления, особенно в дедуктивных науках, и когда удастся сравнить с эмпирическими данными следствия индетерминистической философии, являющейся метафизическим субстратом новой логики»⁴.

После того, как трехзначная модальная логика была признана Лукасевичем неудовлетворительной, все те задачи, которые он намеревался решить с помощью этой логики, он поставил перед четырехзначной логикой. В их числе осталась и задача «опровержения детерминизма»⁵.

Под детерминизмом Лукасевич понимает взгляд, в соответствии с которым если некоторое событие E происходит в момент t , то тогда для любого момента, предшествующего t , верно, что E происходит в момент t .

Свою задачу Лукасевич видит в том, чтобы опровергнуть так понимаемый детерминизм и показать, что не все цепи причин, порождающих будущие события, доходят до настоящего. Иными словами, под «опровержением детерминизма» Лукасевич имеет в виду доказательство того, что существуют случайные будущие события, относительно которых верно как то, что сегодня нет причины для их наступления в будущем, так и то, что сегодня нет причины для их отсутствия в будущем.

Лукаевич принимает закон причинности («каждое событие имеет причину и ничто не происходит случайно») и принимает связанное с ним положение, что цепи причин, порождающих будущие события, бесконечны. Для того, чтобы избежать детерминизма, следующего, как кажется, из этих утверждений, Лукаевич предполагает, что цепь причин, вызывающих будущее событие, может, являясь бесконечной, не достигать тем не менее настоящего.

Это можно пояснить с помощью такой математической аналогии. Обозначим настоящий момент через 0, момент будущего события – через 1, а моменты его причин – дробями большими, чем $1/2$. Так как среди этих дробей не существует наименьшей, а всякое событие имеет причину в более раннем событии, то вся цепь этих причин и следствий имеет предел в моменте $1/2$, более позднем, чем нуль.

Таким образом, оказывается, что хотя завтрашнее морское событие, о котором говорил еще Аристотель, и будет иметь свою причину, которая в свою очередь будет иметь свою собственную причину и т.д. до бесконечности, на сегодня причины этого сражения нет. Сходным образом можно допустить, что сегодня нет ничего, что было бы способно предотвратить завтра морское событие. Поскольку будущее существование или несуществование морского сражения сегодня лишено реальной причины, высказывание «завтра будет морское сражение» сегодня не истинно и не ложно. Завтрашнее морское сражение является, следовательно, случайным событием, а если имеются такие события, то детерминизм опровергается.

Эти рассуждения, призванные показать несостоятельность указанной формулировки детерминизма, интересны в нескольких отношениях. Они взяты из одной из последних работ Лукаевича, вышедшей уже после его смерти⁶. Но точно такое же «опровержение детерминизма» содержится уже в речи Лукаевича «О детерминизме», прочитанной осенью 1922 года. Единственное, пожалуй, различие этих двух, разделенных тридцатилетним промежутком времени рассуждений о детерминизме состоит в том, что более раннее косвенно связывается Лукаевичем с трехзначной модальной логикой, а более позднее – с четырехзначной. Это говорит не только об устойчивости взглядов Лукаевича на проблему детерминизма, но и о стабильности его представлений об области приложения модальной логики.

Второй интересный момент состоит в том, что обсуждение Лукасевичем детерминизма на самом деле не связано с модальной логикой. Единственное, что используется в его рассуждении и что имеет отношение к ней — это определение случайности как двусторонней возможности.

Опровержение детерминизма не является и не может быть философским вводом из модальной логики. Эта логика, если, конечно, она построена правильно, не содержит никаких эмпирических истин, и из нее не могут быть выведены никакие эмпирические следствия. Оставаясь на почве чистой логики, нет возможности разрешить спор между детерминизмом и индетерминизмом, требующий привлечения фактических данных. Единственное, что способна сделать в этой области логика — это предоставить средства для строгой формулировки детерминистической и индетерминистической позиций и для выведения из них логических следствий. Сама проверка этих следствий, решающая судьбу данных позиций, находится явно за пределами компетенции формальной логики.

Следует отметить, что выражение Лукасевича «опровержение детерминизма» нельзя понимать буквально. Под «детерминизмом» Лукасевич понимает, как будет показано далее, одну из частных формулировок принципа детерминизма и предполагаемое им опровержение касается именно этой частной формулировки. Лукасевич ведет речь не об опровержении детерминизма и обосновании индетерминизма, а об ограничении принципа *строгого* детерминизма, утверждающего *вечное* существование причин *всякого* явления. Вместо этого *строгого* принципа Лукасевичем предлагается, по существу, ослабленная версия принципа детерминизма: если некоторое событие E происходит в момент t , то *существует* такой момент, предшествующий t , в который верно, что E происходит в момент t (или: в который есть причина для наступления E в t). Нет поэтому оснований считать позицию Лукасевича индетерминистической.

В своих ранних работах Лукасевич иногда называл себя «индетерминистом», понимая под «индетерминизмом» неприятие принципа строгого детерминизма. Это понимание не согласуется, однако, с обычными представлениями об индетерминизме как об отрицании (причинной) обусловленности некоторых по меньшей мере явлений.

Во вступительной статье к русскому переводу книги Лукасевича «Аристотелевская силлогистика...» П.С. Попов обвиняет Лукасевича в открытом пробабиллизме, скептическом релятивиз-

ме и в отказе от закона причинности в пользу полного индетерминизма⁷. Все эти обвинения опираются на приведенные нами рассуждения Лукасевича по поводу (строгого) детерминизма и являются, конечно, совершенно необоснованными. Попов неправ, утверждая, что под детерминизмом Лукасевич понимает объективную значимость закона причинности, так как Лукасевич специально оговаривает, что принцип детерминизма и закон причинности – это разные вещи, и стремится ограничить первый, оставив в неприкосновенности второй. Лукасевич не является и «полным детерминистом», если под «полным (строгим) индетерминизмом» понимать в духе самого Лукасевича принцип, что ни в один момент времени ни одно событие не имеет причины для своего наступления.

Нужно, далее, отметить, что Лукасевич склонен отождествлять утверждения: «каждое событие имеет причину» и «ничто не происходит случайно». Иначе говоря, он полагает, что причинная обусловленность каждого события полностью исключает всякую случайность и влечет полную предопределенность. Подобное противопоставление друг другу необходимости и случайности не является обоснованным. Утверждения «все имеет причину» и «некоторые события случайны» не противоречат друг другу, если учитывается относительный характер необходимости и случайности. Все является необходимым в том смысле, что всякое событие включено в ту или иную причинную цепь. Но вместе с тем существуют также случайные события, а именно события, являющиеся случайными *по отношению* к рассматриваемым причинным цепям. Противопоставление необходимости и случайности всегда имеет относительный характер: случайное в одном отношении, в одной причинной цепи необходимо в другом отношении, в другой причинной цепи.

2.3. О логическом анализе принципов детерминизма

Детерминизм и индетерминизм являются двумя противоположными позициями по вопросу о взаимосвязи и взаимообусловленности явлений. Детерминизм утверждает определенность одних событий или состояний другими, индетерминизм есть отрицание детерминизма. Каузальная детерминация может рассматриваться как частный случай детерминированности, а именно как определенность событий их причинами или следствиями.

Многие события или состояния таковы, что в одно время является детерминированным их наличие, а в другое — отсутствие. Наступление некоторого события или состояния в определенное время может быть детерминировано в одно время и не детерминировано в другое. Можно утверждать, например, что выпадение дождя сегодня детерминировано, а выпадение его послезавтра — нет; можно, сверх того, заявлять, что сегодняшней дождь был детерминирован событиями, имевшими место еще неделю назад, но не был детерминирован событиями годичной давности. Вневременная детерминация может считаться с известным приближением частным случаем временной. Выражение «детерминировано p » истолковывается при этом как означающее «во всякое время t детерминировано наступление (события, описываемого высказыванием) p во всякое время t ».

В выражении «в t' детерминировано, что в t имеет место событие p » время детерминации и время наступления события могут совпадать (*одновременная детерминация*) или различаться. Случай, когда время детерминации предшествует времени наступления события, можно назвать *преддетерминацией*; если момент детерминации расположен позднее момента, в который происходит детерминированное событие, можно говорить о *постдетерминации*. В случае каузальной детерминации речь идет, соответственно о *причинной детерминации* и *следственной детерминации*.

Часто детерминированность неявно отождествляется с преддетерминацией. Во многих контекстах — и в особенности в случае каузальной детерминации — сосредоточение внимания исключительно на определенности последующего предшествующим оправдано. Вместе с тем понятие постдетерминации (которая может быть названа также *телеологической*, или *целевой*, детерминацией) необходимо для обеспечения ясности в постановке и обсуждении целого ряда важных проблем, и прежде всего проблем, касающихся человеческой деятельности.

Можно выделить два основных типа определенности последующих событий предшествующими: каузальную детерминацию и вызревание предпосылок для последующего наступления конкретного события. Например, в XV веке в Западной Европе созрели предпосылки для модернизации и перехода от традиционного общества к индустриальному; в XVII веке появились предпосылки для создания классической механики, в XIX веке — предпосылки для формулировки развитой теории социализма и т.п. Как говорит П. Рикёр, прошлое воздействует на настоящее и

будущее не только каузально: оно открывает определенные возможности, что, собственно, и заставляет постоянно обращаться к нему. Формирование предпосылок вряд ли можно отождествить с каузальной детерминацией: причина с необходимостью влечет наступление следствия, в то время как предпосылки не связаны со следующим за ними событием отношением необходимости.

Аналогично выделяются два основных типа постдетерминации: телеологический (целевой) детерминизм и постепенное вызревание целей. Например, можно сказать, что многие действия человека предопределены тем, что в конце концов он должен умереть; что к осени 1917 Россия постепенно созрела для социалистической революции, и т.п. Судя по всему, важное для гуманитарных рассуждений понятие судьбы (предопределенности) должно быть отнесено не к преддетерминизму, а к постдетерминизму, причем именно к случаю вызревания целей.

Каузальная детерминированность не единственный, но, по-видимому, наиболее интересный случай детерминированности. Введение представления о следственной детерминации не означает отрицания односторонней направленности, или асимметрии, причинной связи, активности и производительности причин и пассивности их следствий. Оно не ведет также с необходимостью к растворению причинности в универсальном взаимодействии и к отказу от принципа, утверждающего одностороннюю зависимость следствий от причин. Для получения всех этих нежелательных, как кажется, заключений требуется вполне определенное понимание каузального постдетерминизма, предполагающее производительность следствий и возможность обратного воздействия следствий на вызвавшие их явления, в том числе и на явления, переставшие уже существовать.

Утверждения, подобные принципам: «всякое явление имеет характерные черты и приобретает их одним или несколькими определенными способами»; «все, что происходит, необходимо порождается действием какой-либо причины»; «истинное однажды истинно во все последующие времена»; «следствия всех событий уходят сколь угодно далеко в будущее»; «причины некоторых событий не простираются бесконечно в прошлое», — не являются истинами логики. В этих утверждениях фиксируются определенные свойства реальных событий и их связей. Установление истинности или ложности этих утверждений не может быть результатом анализа значений входящих в них слов и выражений; оно требует обращения к опыту, к исследованию тех вещей и состояний, о которых мы говорим, используя данные слова и выражения.

Это не означает, конечно, что приведенные и подобные им утверждения не могут быть объектом концептуального, и в частности формально-логического, анализа. Высказывания о детерминированности и недетерминированности событий, об их причинных связях, следствиях и т.п. имеют определенную логическую структуру и находятся в некоторых дедуктивных отношениях между собой. Во многих случаях для выявления этих отношений нет необходимости прибегать к помощи формальной логики. Большинство вопросов, связанных с детерминизмом, успешно обсуждалось и будет в дальнейшем обсуждаться без привлечения идей и аппарата современной логики. Все истины, которые можно открыть о детерминизме, могут быть в принципе установлены в рамках обычного языка, без обращения к некоторому логически совершенному языку. Имеется, однако, целый ряд касающихся детерминизма проблем, анализ которых средствами только естественного языка является медлительным и малопродуктивным из-за недостаточно ясной логической структуры этого языка, аморфности его правил придания значений выражениям, громоздкости его формулировок. К таким проблемам относятся, например, задача проведения четкого различия между детерминизмом и индетерминизмом, между разновидностями детерминизма и индетерминизма, анализ доктрины логического детерминизма, в соответствии с которой строгий детерминизм является следствием логического принципа двужначности, проблемы, связанные с реальностью прошлого и будущего, с их асимметрией и др.

Для обсуждения этих и многих иных проблем целесообразно использовать специальный искусственный язык, позволяющий дать компактные формулировки разных версий детерминизма и индетерминизма, выявить такие их логические отношения, как следование, эквивалентность, совместимость, несовместимость, и проследить сколь угодно далеко идущие следствия каждой из этих версий. Формальная логика может предложить формализованные языки, позволяющие дать точные формулировки принципов детерминизма и индетерминизма, вскрыть основания и следствия этих принципов, выявить их возможные и невозможные комбинации. Способствуя таким образом строгости и точности рассуждений о детерминизме, она будет одновременно повышать и их эффективность. Обсуждение проблем детерминизма с использованием искусственного языка не означает, разумеется, подмены этих онтологических проблем логическими, сведениями эмпирических связей к логическим.

Далее рассматривается формализованный язык, предназначенный для уточнения логической структуры рассуждений о детерминизме и о его частном случае — каузальном детерминизме. Языки, призванные служить сходным целям, исследовались ранее Е. Лосем, С. Яськовским, А. Берксом, Р. Монтегю, Ф. Фитчем, А. А. Зиновьевым, Д. Феллесдалом, Н. Решером, Е. Слупецким и другими авторами⁸. Важные отличия нашего подхода к проблеме систематизации логических свойств утверждений о детерминации и каузальной связи состоят в следующем.

В основании излагаемой далее логики детерминированности лежит логическая теория времени⁹. Это позволяет говорить не только о детерминированности и недетерминированности некоторых событий или состояний, но и указывать также время, в которое эти события и состояния обладают данными характеристиками. Многие события и состояния, кажется, таковы, что в одно время является детерминированным их наличие, а в другое — отсутствие. Наступление некоторого события или состояния в определенное время может быть детерминировано в одно время и не детерминировано в другое. Можно утверждать, например, что выпадение сегодня дождя детерминировано, а выпадение его послезавтра — нет; можно, сверх того, заявлять, что сегодняшней дождь был детерминирован событиями, имевшими место еще неделю назад, но не был детерминирован событиями годичной давности. Язык, допускающий формы «детерминировано событие p » и «наступление события p причинно имплицитно наступление события q » и не содержащий форм «детерминировано во время t наступление в иное время t' события p » и «наступление в t события p причинно имплицитно наступление в t' события q », не обладает достаточной выразительной силой для представления приведенных и подобных им утверждений. Принятие двух последних форм в качестве исходных не является отказом от рассмотрения случаев детерминации, не связанных с временем. Вневременная детерминация может считаться с известным приближением частным случаем временной. Выражение «детерминировано p » будет истолковываться при этом как означающее «во всякое время t детерминировано наступление p во всякое время t' ». Отношение «наступление события p причинно имплицитно наступление события q » может быть сходным образом определено в терминах отношения «наступление в t события p причинно имплицитно наступление в t' события q ».

Явная временная квалификация детерминированности событий и состояний позволяет говорить не только об определенности последующего предшествующим, но и о детерминированности предшествующего последующим. Обычно, обсуждая детерминацию, и в частности каузальную детерминацию, имеют в виду лишь однозначную определенность более позднего более ранним.

Некоторые утверждения, включающие понятия «детерминировано» и «причинно имплицитно», представляются аналитически истинными. К ним можно отнести, например, утверждения «всякое событие или детерминировано или недетерминировано», «не может быть одновременно детерминировано наступление в одно и то же время двух противоположных событий», «если событие имеет причину, то неверно, что оно не имеет ее», «одно и то же событие не может быть причиной двух несовместимых событий» и т.п. Для установления истинности подобных утверждений нет нужды обращаться к опыту, анализ значений входящих в них терминов является необходимым и достаточным средством для обоснования суждения об их истинности. Утверждения же типа «все детерминировано», «нет беспричинных явлений», «причина предшествует следствию», «всякое событие детерминировано во всякий предшествующий его наступлению момент» и т. п. могут быть лишь фактически истинными. Знание значений входящих в них слов и выражений, и в частности знание значений таких слов, как «детерминировано», «причина», «следствие», не является достаточным основанием для заключения об истинности или ложности данных утверждений. Только эмпирическое исследование фактически встречающихся многообразных случаев детерминации и каузальной связи может оказаться таким основанием.

В формализованном языке, предназначенном для систематизации логических характеристик утверждений об определении одних явлений другими, можно выделить две части. В одной из них систематизируются аналитически истинные утверждения о детерминации, вторая является расширением первой некоторыми фактически истинными утверждениями, касающимися эмпирических свойств детерминированности и недетерминированности. Первую часть можно назвать логической частью теории детерминации, вторую – фактической ее частью. В указанных выше работах, посвященных анализу логических аспектов детерминации, основное внимание уделяется систематизации логической части. Нас же эта часть теории детерминации будет интересовать постольку, поскольку она является базисом для исследования различных практически интересных фактических принципов.

3.3. Логика детерминизма

В дальнейшем используются следующие символические средства. Переменные p, q, r , и т.д. представляют высказывания, переменные t, t', t'' , и т.д. — временные интервалы. Переменные обоих этих типов могут связываться кванторами общности (\forall) и существования (\exists), подчиняющимися обычным правилам.

Исходным выражением рассматриваемой далее логики времени будет выражение «в момент, удаленный на t единиц времени от момента отсчета реализуется...» или «в t реализуется (имеет место)...», символически: Rt . Выражение Rtp означает «в t имеет место событие, описываемое высказыванием p » или просто «в t происходит событие p ». Момент отсчета временного интервала может быть постоянным, то есть не изменяющим своего положения с течением времени, или переменным. Временные оценки с постоянными моментами отсчета не меняют своего истинностного значения со временем, временные оценки с переменным моментом отсчета могут быть истинными в одно время и ложными в другое. Примерами первых могут служить оценки «Наполеон умер в 1821 году» и «Наполеон умер раньше Гегеля», примерами вторых — оценки «завтра будет дождь» и «все, прошлое лето было дождливым».

В качестве аксиом логической теории времени принимаются следующие два утверждения:

$$A1. Rtp = \sim Rt \sim p,$$

$$A2. Rt(p \& q) = Rtp \& Rtq.$$

Согласно первой аксиоме, некоторое событие происходит в определенный момент времени в том и только том случае, если неверно, что в этот момент имеет место противоположное событие. Иными словами, всякие два противоположных события таковы, что они не могут происходить одновременно, и в случае отсутствия одного из них имеет место другое.

Вторая аксиома касается сложных событий: конъюнктивное событие происходит в некоторый момент времени, если и только если в этот момент происходит каждое из событий, составляющих конъюнкцию. Вместо переменных p, q, r , и т.д. могут подставляться только формулы пропозиционального исчисления. Выражения, включающие повторяющиеся операторы Rt , не будут рассматриваться.

Введем теперь понятие детерминированности.

Выражение $Dt' Rtp$ будет представлять утверждение «в момент t' детерминирована реализация p в момент t » или «в t' детерминировано, что в t имеет место событие p ». Временные интервалы t и t' могут быть равны друг другу или один из них может превышать

другой. В случае равенства этих интервалов, то есть в случае совпадения момента детерминации с моментом происхождения события, имеет место *одновременная детерминация*. Выражение $\mathcal{D}t' Rtp$ означает при этом, что событие детерминировано как раз в тот момент, когда оно происходит. Если интервал t' меньше интервала t ($t' < t$), рассматриваемое выражение указывает, что наличие в момент t события p предопределено какими-то событиями, имевшими место в более ранний момент t' . Это частный случай детерминированности — *преддетерминация*. И если, наконец, момент детерминации расположен позднее момента, в который происходит детерминированное событие, имеет место *постдетерминация* данного события.

Каузальная детерминация — частный случай детерминированности, а именно определенность событий их причинами или следствиями. Она является наиболее интересным случаем детерминированности, поэтому далее будем говорить прежде всего об определенности явлений их причинами и следствиями.

Для получения логической теории детерминации присоединим к описанной выше логике времени следующие две аксиомы:

$$A3. \mathcal{D}t' Rtp \supset \sim \mathcal{D}t' Rt \sim p,$$

$$A4. \mathcal{D}t' (Rtp \& Rtq) \equiv \mathcal{D}t' Rtp \& \mathcal{D}t' Rtq.$$

В качестве дополнительного правила вывода примем правило, позволяющее заменять друг на друга эквивалентные выражения.

Первая из данных аксиом утверждает, что если в момент t' детерминировано наличие события p в момент t , то неверно, что в этот же момент t' детерминировано отсутствие p в t . Иными словами, ни в какой момент времени не может быть детерминировано наступление в другой, возможно отличный от первого, момент как некоторого события, так и его отрицания. Согласно второй аксиоме в t' детерминирована истинность p и истинность q в t , если и только если в t' детерминирована истинность p в t и детерминирована истинность q в t .

Событие и его отрицание не могут быть одновременно детерминированными. Кроме того, два противоречащих друг другу события не могут одновременно отсутствовать. Эти свойства оператора «реализуется в t » устанавливаются аксиомой $A1$. В соответствии с аксиомой $A3$ из утверждения о детерминированности в t' события p , происходящего в t , следует отрицание утверждения о детерминированности в t' наличия противоположного события в это же время t . Обратная импликация не является, однако, теоремой рассматриваемой системы. Если неверно, что в произволь-

но взятый момент детерминировано наступление некоторого события в любой другой момент, то из этого еще не следует, что в первый момент детерминировано наличие во второй момент события, противоположного данному. Утверждение о том, что во всякое время t детерминировано наступление события p или детерминировано наступление события $не-p$, не относится к истинам логики. Это показывает, что операторы «истинно в t » и «детерминировано в t » обладают разными логическими свойствами. Всякое высказывание либо истинно, либо ложно, но не всегда детерминировано либо некоторое событие, либо его отрицание.

Из общей логической теории детерминированности может быть получена логика каузальной детерминации путем интерпретации выражения Dt как «каузально детерминировано в t ». В этой интерпретации аксиома $A3$ утверждает, что не может быть одновременно каузально детерминировано существование в некоторый момент времени двух противоположных событий. Указывая взаимное положение моментов t и t' , из данной аксиомы можно получить следующие два принципа: (а) ни в какой момент времени не могут существовать причины двух одновременных и противоположных событий, (б) ни в один момент времени не могут быть обнаружены следствия одновременного наличия как некоторого события, так и его отрицания. Обоснованность этих принципов очевидна: логически противоречивые события невозможны; нет, следовательно, ни причин, ни следствий таких событий.

4.3. Принципы детерминизма

Описанный формализованный язык является удобным средством для точной формулировки различных принципов детерминизма и для выявления их дедуктивных отношений. Эти принципы не являются аналитически истинными утверждениями и не могут быть доказаны в качестве теорем логической теории детерминации. Но их можно сформулировать на языке этой теории и использовать для получения практически интересных ее расширений. Рассматривая эти принципы, мы будем явно говорить только о каузальной детерминации, но рассуждения о ней нетрудно обобщить. Согласно принципу

$$(1) (\forall p)(\forall t)(\forall t')(Rtp \supset Dt' Rtp),$$

«всякое событие, когда бы оно ни происходило, каузально детерминировано в каждый момент времени». Два частных случая этого принципа, касающихся причинной и следственной детерминации, таковы:

$$(2) (\forall p)(\forall t)(\forall t')((t' < t) \& Rtp \supset Dt'Rtp),$$

«каким бы ни было событие и в какой бы момент времени оно ни происходило, причина этого события существует во всякий предшествующий его наступлению момент», или, короче, «причины всех событий уходят бесконечно в прошлое» (под «прошлым» здесь понимается всякое время, предшествующее рассматриваемому событию);

$$(3) (\forall p)(\forall t)(\forall t')((t < t') \& Rtp \supset Dt'Rtp),$$

«следствия каждого события существуют в сколь угодно отдаленный момент будущего».

Заменяя в принципе (1), который может быть назван принципом строгого детерминизма, один или несколько кванторов общности кванторами существования и изменяя взаимное положение кванторов в кванторной приставке, можно получить различные ослабленные версии принципа детерминизма (или различные принципы детерминизма). К ним относятся, в частности, следующие:

$$(4) (\exists p)(\forall t)(\forall t')(Rtp \supset Dt'Rtp),$$

«существуют такие события, что, независимо от того, в какое время они происходят, их наличие в это время каузально детерминировано во всякое время»;

$$(5) (\forall p)(\exists t)(\forall t')(Rtp \supset Dt'Rtp),$$

«для каждого события имеется такой момент времени, что наступление данного события в этот момент детерминировано в любое время»;

$$(6) (\forall p)(\forall t)(\exists t')(Rtp \supset Dt'Rtp),$$

«всякое событие, когда бы оно ни происходило, каузально детерминировано в определенный момент времени»;

$$(7) (\exists p)(\forall t)(\exists t')(Rtp \supset Dt'Rtp),$$

«некоторые события каузально детерминированы в определенные моменты времени».

Легко убедиться, что из принципа (1) следуют принципы (4)–(7) и что (7) следует из (4) и из (6). Утверждения (4) и (5), (5) и (6), (5) и (7) логически независимы друг от друга. Можно соглашаться с одним из них, не принимая вместе с тем другое.

Частными случаями принципов (4) и (6) являются следующие утверждения:

(8) «существуют события, причины которых простираются бесконечно в прошлое»;

(9) «следствия некоторых событий могут быть обнаружены в сколь угодно отдаленном будущем»;

(10) «всякое событие имеет причину в некоторый предшествующий ему момент времени»;

(11) «все события имеют следствия».

Системы, получаемые присоединением к логике детерминированности одного или нескольких из принципов (1), (4)-(7), являются *симметричными* в следующем смысле: каждому доказуемому в них утверждению о причинах соответствует аналогичное утверждение о следствиях, и наоборот. Иными словами, если в системе утверждается, что имеются события с бесконечно удаленными причинами, то в ней доказуема также теорема, говорящая о существовании событий с бесконечными во времени следствиями. И если в симметричной системе устанавливается наличие следствий у всех без исключения событий, то в ней утверждается также отсутствие явлений, лишенных причины. Утверждения о следствиях и утверждения о причинах логически независимы друг от друга. Это означает, что возможны различные разновидности *несимметричных* систем. Наиболее интересным примером их является, по-видимому, система, в которой доказуемы принципы (3) и (10), но не является теоремой утверждение (2). В этой системе признается, что следствия всех явлений бесконечны во времени, но вместе с тем не утверждается, что причины каждого из них существуют во всякий, предшествующий его наступлению момент.

Граница между детерминизмом и индетерминизмом не является четкой. Нередко одна и та же точка зрения одними авторами оценивается как детерминистическая, а другими как индетерминистическая. Мы будем понимать под индетерминизмом позицию, находящуюся в противоречии с некоторой детерминистической позицией. Коротко говоря, индетерминизм есть отрицание детерминизма.

Возможны несколько версий принципа каузального детерминизма и, следовательно, несколько версий каузального индетерминизма. Наиболее сильная формулировка первого принципа постулирует каузальную детерминированность всякого явления во всякое время. Соответствующая ей формулировка второго принципа утверждает существование событий, наличие которых в определенное по меньшей мере время не является каузально детерминированным в то или иное время. Наиболее слабая версия принципа детерминизма постулирует существование событий, отдельные случаи наступления которых каузально детерминированы в некоторые моменты времени. Связанная с нею наиболее

сильная формулировка индетерминизма отрицает наличие моментов времени, в которые было бы каузально детерминировано то или иное событие.

Ранее было проведено различие между причинным и следственным детерминизмом. Можно ввести теперь аналогичное различие между причинным и следственным индетерминизмом. Например, принцип, утверждающий, что всякое явление, независимо от того, когда оно происходит, не является каузально детерминированным в некоторое время, имеет следующие два частых случая: (а) для всякого события существуют моменты времени, в которые оно не имеет еще причины; (б) не имеется событий с бесконечно протяженными во времени следствиями. Первый из этих случаев является одной из версий причинного индетерминизма, второй – следственного.

Возможны симметричные и несимметричные детерминистические позиции. Сходная возможность сохраняется и для индетерминистических точек зрения. Можно принимать, например, что причины каждого события не уходят сколь угодно далеко в прошлое, и вместе с тем отрицать, что какое-либо событие имеет следствия, и т. д.

Особый интерес представляет допускаемая рассматриваемой классификацией позиций возможность комбинации принципов детерминизма с теми или иными принципами индетерминизма. Существование *комбинированных* позиций, объединяющих детерминистические утверждения с индетерминистическими, является, по-видимому, основной причиной разногласий по поводу различения детерминизма и индетерминизма и последующей квалификации той или иной конкретной позиции.

Наиболее сильная версия детерминизма несовместима ни с одним из вариантов индетерминизма. Сходным образом наиболее сильная формулировка индетерминизма не может быть дополнена без противоречия тем или иным утверждением о существовании причин или следствий. Но имеются *неполные* детерминистические и индетерминистические позиции, оставляющие открытым вопрос о детерминированности или недетерминированности некоторых явлений в отдельные моменты времени.

Примерами их могут служить следующие две: (а) некоторые события детерминированы во все моменты времени, (б) неверно, что каждое событие детерминировано во всякое предшествующее его наступлению время. Первую из них можно расширить до полной детерминистической позиции, вторую – до полной индетер-

министической. Но можно также объединить приведенные два утверждения и получить комбинированную позицию, согласно которой существуют как всегда детерминированные события, так и события, не определенные в некоторые по меньше мере моменты, предшествующие их наступлению. Утверждения о существовании в определенное или всякое время причин отдельных или всех событий могут комбинироваться с положениями, отрицающими наличие следствий у всех или определенных явлений в некоторый или каждый момент времени

Очень популярной является такая, например, комбинированная позиция, когда принимается бесконечная протяженность следствий каждого явления и вместе с тем заявляется, что некоторые явления не имеют причин в достаточно отдаленном прошлом.

Еще одна распространенная комбинированная позиция может быть передана утверждением: ничто не происходит без причины, но вместе с тем неверно, что причины всякого события вечны. Такую позицию занимал в момент создания многозначных логик Я. Лукасевич, называвший себя, однако, индетерминистом¹⁰.

До сих пор принципам детерминизма и индетерминизма и их комбинациям давалась онтологическая интерпретация. Они формулировались как утверждения о структуре действительности, о реально существующих или несуществующих причинах и следствиях. Этим же принципам может быть дана также гносеологическая интерпретация, в которой они говорят о возможности определенных описаний действительности. Например, онтологическому утверждению «причины некоторых событий не уходят бесконечно в прошлое» можно поставить в соответствие гносеологическое утверждение «невозможна теория, позволяющая указать причину всякого события в сколь угодно отдаленном прошлом». Первое из этих утверждений характеризует определенным образом действительность, второе — теорию, дающую ее описание. Отношение между онтологической и гносеологической интерпретациями одного и того же принципа является одним из аспектов отношения теории к описываемому ею фрагменту реального мира.

5.3. Проблема асимметрии прошлого и будущего

Вряд ли какое утверждение о времени кажется более очевидным, чем утверждение, что прошлое отличается от будущего. Прошлое может быть исчерпывающе познано, но его совершенно не-

возможно изменить; будущее в определенной мере изменяемо, но оно не может быть полностью познано. В «Направлении времени» Г. Рейхенбах так выражает эту мысль об асимметричности прошлого и будущего: «Мы знаем прошлое, но не в силах изменить его. Наша деятельность может быть направлена только в будущее. Но наши знания о будущем неполны...»¹¹, и в другом месте: «...Прошлое отличается от будущего так же как неизменное от непознаваемого»¹². Аналогичная мысль высказывается и Д. Финдлеем: «Существуют глубокие и абсолютные различия между манерой, в какой мы думаем о прошлых вещах и имеем с ними дело, и манерой, в какой мы думаем о будущих вещах и обращаемся с ними. Ясно, что имеется радикальная асимметрия между прошлым и будущим... Существо ее просто в том, что *случившееся* может быть раскрыто, или выведено, или определено в несравненно более высокой степени, чем то, что *случится*... Будущее открыто для нас, не является полностью предвидимым, поддается планированию, в то время как прошлое лежит вне пределов нашего изменения и является, в принципе, полностью познаваемым»¹³.

Убеждение в однозначной определенности прошлого и неполной определенности будущего имеет глубокие исторические корни. В ясной форме оно отстаивалось еще Аристотелем, считавшим, что «прошлое не может не быть»¹⁴, и вместе с тем полагавшим, что некоторые будущие события, подобные морской битве, могут произойти, а могут и не произойти. Утверждение Аристотеля о необходимости прошлого было воспринято стоиками и явилось источником средневекового афоризма «*quod fuit non potest non fuisse*».

Лукаевич указывает, что строгий детерминизм не совместим с утверждением об асимметричности прошлого и будущего. Если кто-то принимает детерминистический принцип («если *A* есть *b* в момент *t*, то в каждый предшествующий *t* момент истинно, что *A* есть *b* в *t*»), «он не может трактовать будущее иначе, чем прошлое. Коль скоро все, что когда-то возникнет и когда-то станет истинным уже сегодня является истиной и было ею от века, то будущее является точно так же определенным, как и прошлое. Только будущее еще не подошло. Детерминист смотрит на то, что происходит в мире, как на ужасную кинодраму, созданную на какой-то вселенской студии. Мы находимся в середине показа, и хотя каждый из нас является не только зрителем, но и актером драмы, конца фильма мы, однако, не знаем. Но этот конец *есть*, существует

с начала представления, ибо весь фильм готов от века. В фильме заранее расписаны все наши роли, все наши похождения и жизненные перипетии, все наши решения, добрые и дурные дела, и предусмотрен момент твоей и моей смерти. В этой вселенской драме мы играем лишь роль марионеток. Нам не остается ничего иного, как наблюдать за зрелищем и терпеливо ожидать конца»¹⁵.

Если положение об асимметричности времени связано с вполне определенными представлениями о причинной и следственной детерминации, то отказ от этих представлений или сомнение в их правильности являются вместе с тем отказом или сомнением в существовании различий между прошлым и будущим с точки зрения их познаваемости и изменяемости. Рассмотрим эту тему немного подробнее.

Начнем с вопроса о смысле, в котором реальны прошлое и будущее. Примем следующие положения, касающиеся прошлого и будущего существования: существовать в прошлом — значит иметь следствия в настоящем, существовать в будущем — значит иметь в настоящем свою причину. Иными словами, будущее реально лишь в той мере, в какой оно может быть признано установленным или детерминированным причинами, имеющимися в настоящем. Ни о чем нельзя сказать с истиной, что оно случится, если сейчас не имеется причины для наступления рассматриваемого события в будущем. Утверждение «будет *p*» истинно в том и только том случае, если истинно утверждение «сейчас имеется причина для наступления позднее *p*». Некоторое событие происходило в прошлом, если следствия его существования дошли до настоящего. То, что прошло «бесследно», вообще не имело места¹⁶. Утверждение «было *p*» истинно в том и только в том случае, когда истинно утверждение «сейчас имеются следствия того, что ранее было *p*».

Ясно, что эта каузальная теория временного существования сводит прошлое и будущее к настоящему¹⁷. Вопросы о реальности тех или иных явлений в прошлом или будущем переформулируются ею как вопросы о наличии следствий или причин этих явлений в настоящем. Она позволяет дать ясную интерпретацию оборотам типа «было, что было», «будет, что всегда было» и т. п. Например, в соответствии с нею выражение «будет, что будет *p*» означает, что сейчас есть причина для того, чтобы в некоторый более поздний момент имелась причина для наступления *p*, оно означает, короче говоря, что имеется причина причины будущего события. Выражение «было, что было *p*» указывает на наличие

следствия следствий *p*, «будет, что всегда было *p*» утверждает существование в настоящем причины для наступления в будущем такого момента, в который имеются следствия того, что во всякий предшествующий момент было *p*. Оккамисты XV века полагали, что фразы типа «было, что будет *p*», «всегда было, что будет *p*» и т.п., по форме являются утверждениями о прошлом, но по смыслу они суть утверждения о будущем. С точки зрения каузального истолкования этих фраз, они говорят не о прошлом и не о будущем, а только о настоящем.

Прошлое существует лишь в форме своих следствий в настоящем, поэтому изучение прошлого осуществимо только в виде исследования настоящего. оборот «познание прошлого» метафоричен. Им предполагается, что познаваться может не только настоящее, но и прошлое, существующее как бы наряду с настоящим и допускающее анализ, независимый от анализа настоящего. Сходным образом обстоит дело и с познанием будущего. Будущие события реальны постольку, поскольку они определяются настоящими причинами, и исследование этих событий возможно лишь в форме изучения существующих их причин¹⁸.

Допустим, далее, что истинен следующий принцип: всякое событие каузально детерминировано в определенные моменты времени и вместе с тем некоторые события таковы, что они не являются каузально детерминированными во всякое время. Этот принцип является примером симметричной позиции. Ему соответствуют два утверждения о причинах и следствиях: (а) все имеет причину, но неверно, что причины всех событий простираются неограниченно в прошлое, (б) всякое событие имеет следствия, но они могут не уходить неограниченно в будущее. Приняв первое из этих утверждений, необходимо согласиться с тем, что будущее невозможно предсказать полностью. Описание будущего есть описание причин будущих событий, а так как причины достаточно отдаленных будущих событий могут не доходить до настоящего, даже исчерпывающая его характеристика не будет являться полной характеристикой будущего. Принятие второго из указанных утверждений должно сопровождаться признанием невозможности законченного описания прошлого. Следствия отдельных прошлых событий способны «затухнуть» и не дойти до настоящего. Предельно подробное описание настоящего окажется поэтому заведомо неполной характеристикой прошлого, так как оно не будет давать описания каких-то прошлых событий. Это показывает, что имеются точки зрения по поводу детерминирован-

ности одних явлений другими, принятие которых ведет к отказу от мнения, что прошлое в принципе полностью познаваемо. Если, сверх того, принимаемая позиция является симметричной, то различие между прошлым и будущим с точки зрения их познаваемости оказывается иллюзорным

Прошлое может быть исчерпывающе познано только в том случае, если следствия всех прошлых событий имеются в настоящем, т.е. если справедлив принцип каузального постедетерминизма «истинное однажды истинно во все последующие времена». Причинным его аналогом является принцип «истинное однажды истинно во всякое предшествующее время». Признав эти два принципа, можно утверждать, что не только прошлое, но и будущее полностью познаваемо: в настоящем имеются следствия всех прошлых событий и причины всех будущих. Вопрос полноты описания прошлого и будущего сводится в силу этого к вопросу всесторонности описания настоящего. В случае симметричной детерминистической позиции не существует никаких принципиальных различий между описанием прошлого и описанием будущего с точки зрения их полноты.

Утверждение о полной познаваемости прошлого и только частичной предвидимости будущего предполагает (в рамках каузальной теории временного существования) *несимметричную* формулировку принципа каузального детерминизма. Действительно, допустим бесконечную протяженность во времени следствий всех событий и вместе с тем предположим, что причины некоторых или, может быть, всех событий существуют только конечные промежутки времени. В этом случае любое прошлое событие входит своими следствиями в настоящее и может быть описано с любой степенью полноты. Но причины отдельных или всех бесконечно удаленных будущих событий сформируются только в будущем. Отсутствие этих причин в настоящем делает невозможной какую-либо более близкую характеристику рассматриваемых будущих событий и исключает тем самым возможность полного предсказания будущего. Существуют также такие версии несимметричных детерминистических позиций, принятие которых позволяет утверждать полную предсказуемость будущего и отрицать одновременно исчерпываемость любого описания прошлого.

Обратимся теперь к вопросу об асимметрии прошлого и будущего относительно их изменяемости. Выражение «изменение будущего», подобно выражению «познание будущего», метафорично. Изменять и познавать можно только настоящее, никакого

изменения и формирования будущего, помимо познания и преобразования настоящего, нет. Невозможно, далее, воздействовать на то, что не существует. Будущие события допускают трансформацию постольку, поскольку они реальны, т.е. в той мере, в какой они присутствуют в настоящем в виде своих причин. Изменение будущего может протекать только в форме изменения имеющихся сейчас причин будущих событий¹⁹. Выражение «изменение прошлого» также является всего лишь неадекватным способом передачи мысли о преобразовании представленных в настоящем следствий прошлых событий. Прошлое не существует наряду с настоящим, и оно неспособно быть объектом воздействия, минуя настоящее. Изменение прошлого, понимаемое как изменение следствий прошлых событий, не менее возможно, чем изменение будущего, истолковываемое как преобразование причин будущих событий.

Всякое изменение настоящего является одновременно изменением прошлого, поскольку настоящее есть его следствие, и изменением будущего, причиной которого является настоящее.

В случае принятия симметричной формулировки принципа детерминизма прошлое и будущее являются вполне равноправными с точки зрения их изменения.

Допустим, например, что имеются основания принять принцип строгого каузального детерминизма, объявляющий однажды истинное истинным во все времена. Согласно причинной версии этого принципа, причины всех событий могут быть обнаружены в любое время и, в частности, в настоящем. Это означает, что всякое будущее событие, имеющее сейчас свою причину, может быть преобразовано в желательном для нас на правлении. В соответствии со следственной версией указанного принципа, следствия всех событий существуют во всякое время. Наличие в настоящем следствий прошлых событий дает принципиальную возможность подвергнуть все эти события изменению. Прошлое оказывается, таким образом, столь же полно преобразуемым, как и будущее.

Предположим, что является верным принцип «истинное однажды истинно только в некоторые времена». Причинный его вариант отрицает наличие в настоящем причин всех будущих событий, следственный — наличие всех следствий прошлых событий. Будущее и прошлое допускают в этом случае изменения, уступающие по своей полноте изменениям, возможным в условиях истинности строгого детерминизма. Но прошлое и будущее остаются симметричными относительно изменения.

Допустим, наконец, что истинна одна из несимметричных формулировок принципа детерминизма. Прошлое и будущее являются в этом случае неравноправными. В зависимости от характера принятого принципа, одно из них допускает возможность более полных преобразований, чем другое. Так, если не все следствия прошлых событий способны дойти до настоящего, но все частичные причины будущих событий имеются сейчас, то будущее может быть объектом более радикальных преобразований, чем прошлое. И если каждое прошлое событие представлено в настоящем своими следствиями и вместе с тем не всякое будущее событие имеет уже сейчас свою причину, то существует принципиальная возможность более всеобъемлющего преобразования прошлого, чем будущего.

Итак, утверждение асимметрии прошлого и будущего, с точки зрения их познания и изменения, существенным образом зависит от предпочтительности несимметричных формулировок принципа каузального детерминизма.

Нужно еще раз подчеркнуть, что все приведенные рассуждения о познании и изменении прошлого и будущего основываются на вполне определенном представлении о прошлом и будущем существовании. Убеждение в статичности прошлого и динамичности будущего, в возможности полного познания прошлого и неосуществимости исчерпывающего предсказания будущего кажется очень естественным. Но его сохранение требует или принятия несимметричной формулировки принципа каузального детерминизма, или отказа от каузальной теории реальности прошлых и будущих событий.

И в заключение одно замечание, касающееся науки истории и являющееся аргументом в поддержку каузальной теории временного существования.

Представления историков о прошлом постоянно изменяются, и происходит это главным образом не из-за открытия новых фактов о прошлых событиях, а в силу изменения *настоящего*.

Идея определенности не только будущего, но и прошлого настоящим начала складываться в конце XIX — начале XX вв. Еще Ф. Шлейермахер, положивший начало современной герменевтике, требовал от историка встать на позицию того исторического персонажа, действия которого описываются, и понять его лучше, чем он сам понимал себя. При этом предполагалось, что современный интерпретатор, смотрящий в прошлое из своего специфического настоящего, способен выйти из своего «теперь» и пол-

ностью идентифицироваться с прошлым. Но уже у О. Шпенглера разные культуры не являются проницаемыми друг для друга, так что человек более поздней культуры не способен адекватно представить себя индивидом ушедшей в прошлое культуры и не может вполне понять строй мысли и образ действий последнего. Настоящее, границы которого совпадают с границами культуры, предопределяет невозможность адекватного познания прошлого.

С особой силой подчеркнул историчность бытия человека, его погруженность в настоящее и зависимость не только будущего, но и прошлого от настоящего экзистенциализм. Невозможно подняться над историей, чтобы рассматривать прошлое «беспристрастно». Объективность исторична, и она прямо связана с той позицией в истории, с которой исследователь пытается воссоздать прошлое. «Мы ведь тоже вынуждены видеть и истолковывать прежние мышление из горизонта определенного, т.е. нашего мышления, — пишет М. Хайдеггер. — ... Мы не можем выйти из нашей истории и из нашего «времени» и рассмотреть само по себе прошлое с абсолютной позиции, как бы помимо всякой определенной и поэтому обязательно односторонней оптики... Вопрос об истинности данного «образа истории» заходит дальше, чем проблема исторической корректности и аккуратности в использовании и применении источников. Он соприкасается с вопросом об истине нашего местоположения в истории и заложенного в нем отношения к ее событиям»²⁰. Хайдеггер почти стой же силой, что и Шпенглер, настаивает на взаимной непроницаемости и принципиальной необъяснимости культур. Единственным приближением к чужой культуре ему представляется самостоятельное, т.е. достигаемое внутри собственной живой истории и каждый раз заново, ее осмысление. Позиция самостоятельного мыслителя, какая бы она ни была, будет уникальной и вместе с тем окончательной полноценной интерпретацией истории.

О роли настоящего в историческом исследовании Р.Дж. Коллингвуд пишет, что «каждое настоящее располагает собственным прошлым, и любая реконструкция в воображении прошлого нацелена на реконструкцию прошлого этого настоящего... В принципе целью любого такого акта является использование всей совокупности воспринимаемого «здесь и теперь» в качестве исходного материала для построения логического вывода об историческом прошлом, развитие которого и привело к его возникновению»²¹. По Коллингвуду, эта цель никогда не может быть достигнута: настоящее не может быть воспринято и тем более объяснено во всей

его целостности, а бесконечное по материалу прошлое никогда не может быть схвачено целиком. Желание понять полное прошлое, исходя из полного настоящего, не реализуемо на практике, что делает историю «стремлением к нравственному идеалу, поиску счастья».

Основной парадокс науки истории состоит в том, что она, с одной стороны, ничему не учит (точнее, стремится не учить современников), а с другой, представляет интерес главным образом постольку, поскольку позволяет яснее понять настоящее и отчетливее представить будущее. Занимаясь прошлым и только прошлым, историк не делает прогнозов и не заглядывает в будущее. Вместе с тем он осознает, что истории, написанной с «вневременной» или «надвременной» позиции не существует и с изменением настоящего изменится и определяемая им перспектива видения прошлого, так что потребуются новая, отвечающая новому настоящему трактовка истории. Решение парадокса – в постоянном переписывании истории, хотя прошлое, как таковое, может считаться историками неизменным.

К. Ясперс подчеркивает две основные опасности, всегда подстерегающие историческое исследование: потерю настоящего и доминирование настоящего над прошлым и будущим: «... Мы можем потерять действительность из-за того, что мы живем как бы где-то в ином месте, живем фантастической жизнью, в истории, и сторонимся полноты настоящего. Однако неправомерно и господство настоящего момента, неправомерна жизнь данным мгновением без воспоминания и будущего. Ибо такая жизнь означает утрату человеческих возможностей во все более пустом «теперь»²². Загадка наполненного «теперь», полагает Ясперс, никогда не будет разрешена, историческое сознание способно только углублять ее.

Особенно тяготеют к переистолковыванию прошлого в свете все нового настоящего так называемые *коллективистические* общества (средневековое умеренно-коллективистическое общество, тоталитарные режимы индустриального общества и др.)²³. В частности, тоталитарное общество не отделяет прошлое от настоящего и будущего и истолковывает прошлое как обоснование и оправдание настоящего. Это означает, что с изменением настоящего должно неминуемо меняться и прошлое. Отсюда – постоянное *переписывание истории*, так хорошо изображенное Дж. Оруэллом, главный герой которого работает в министерстве правды, занятом, в частности, и этим делом²⁴.

6.3. Каузальное определение истины

Понятию истины — одному из центральных понятий эпистемологии и методологии науки — всегда уделялось большое внимание. И тем не менее имеется ряд важных проблем, касающихся истины, которые почти полностью выпадают из поля зрения современных исследователей. В числе этих проблем — вопрос о связи истины со временем. Известно, что как раз этот вопрос очень живо интересовал еще античных философов, в частности Аристотеля и стоиков.

Невнимание к временному аспекту истины во многом объясняется восходящей к новому времени абсолютизацией истины, приданием ей вневременного или надвременного характера. Если истина, подобно числу и квадрату, стоит вне потока времени, то бессмысленно задаваться вопросом, как она ведет себя в этом потоке и какие изменения претерпевает с течением времени. Связь со временем сводится в результате к вопросу о том, в какой именно момент впервые была обнаружена истина. Для нее самой это случайный и второстепенный вопрос.

Основная наша задача — дать строгое определение понятия истины для высказываний о прошлых и будущих событиях и связать обсуждение проблемы истины с проблемой детерминизма²⁵.

Вводимое далее каузальное определение истины является конкретизацией классического ее истолкования. Присоединение этого определения к комплексной теории, объединяющей логику времени и логику причинности, позволяет с помощью точных методов современной логики исследовать важный фрагмент теории истины.

В соответствии с классическим определением высказывание истинно, если оно соответствует действительности, и ложно, если оно не соответствует ей. Это определение представляет собой абстрактную схему, приложение которой в частных случаях предполагает определенную ее конкретизацию, уточнение того смысла, который вкладывается в рассматриваемом случае в идею «соответствия действительности».

Необходимость такой конкретизации особенно наглядно проявляется при обсуждении вопросов о значении истинности высказываний о прошлых и будущих событиях, а также высказываний о ненаблюдаемых или несуществующих объектах, об изменяющихся ситуациях, о переходных состояниях и т.п. Истина состоит в соответствии мысли и действительности. Но несуществующих объектов в действительности нет. С чем же в таком слу-

чае сопоставляются утверждения о них? Является ли каждое утверждение о подобных объектах ложным? Эти и сходные вопросы энергично обсуждались в конце прошлого и начале нынешнего века Ф. Brentano, Г. Frege, Б. Расселом и другими и явились одним из стимулов построения теории дескрипций. Аналогичные вопросы возникают и в связи с высказываниями о прошлых и будущих событиях. Будущей действительности еще нет. С чем должна сопоставляться мысль о ней и является ли всякая такая мысль ложной? Будут ли сейчас истинными высказывания «завтра будет дождь» и «через миллион лет в это время будет идти дождь»? Как устанавливается истинностное значение подобных высказываний? С какими фрагментами настоящего они сопоставляются при этом? Прошлое также не существует наряду с настоящим и не может исследоваться независимо от него. Что позволяет нам, располагая наблюдениями, относящимися только к настоящему, судить об истинностном значении высказываний о прошлых событиях? С чем именно в настоящем сопоставляются эти высказывания?

На эти вопросы можно отвечать по-разному. В основе предлагаемого далее ответа лежит каузальное истолкование существования в прошлом и будущем. Опирающуюся на него конкретизацию классического определения истины мы называем в соответствии с этим каузальным определением /временной/ истинности.

Сама идея каузального понимания существования принадлежит, как уже указывалось, Лукасевичу, высказавшему ее еще в 1922 г.: «И прошлое мы должны трактовать не иначе, чем будущее. Если в будущем только то сейчас является реальным, что причинно определено в настоящее время, и начинающиеся в будущем причинные цепи относятся сейчас еще к сфере возможности, то и из прошлого только то сейчас является реальным, что сегодня еще обнаруживает себя в своих следствиях. Факты, следствия которых полностью исчерпались, так что даже всеведущий разум не мог бы вывести их из имеющихся сегодня фактов, относятся к области возможности. О них нельзя утверждать, что они *были*, можно лишь утверждать, что они были *возможны*»²⁶.

Примем те же, что и раньше, положения касающиеся прошлого и будущего существования: существует в прошлом то, что имеет свои следствия в настоящем; существует в будущем то, что имеет свою причину в настоящем.

Будущее реально лишь в той мере, в какой оно может быть признано установленным или детерминированным причинами, имеющими место в настоящем. Ни о чем нельзя сказать с уверен-

ностью, что оно случится, если сейчас нет причины для наступления рассматриваемого события в будущем. Утверждение «будет p » истинно в том и только том случае, если истинно утверждение «сейчас имеется причина для наступления позднее p ». Некоторое событие происходило в прошлом, если следствия его существования дошли до настоящего. Утверждение «было p » истинно в том и только том случае, когда истинно утверждение «сейчас имеются следствия того, что ранее было p ».

7.3. Логика каузальной истины

Для строгой формулировки определения временного понятия истины введем следующие символические обозначения.

Выражение Rtp будет означать «в момент времени t имеет место (реализуется) событие, описываемое высказыванием p », или короче: «в t имеет место p »; $Tt'Rtp$ — «в t' истинно, что в t имеет место p »;

$Rt'p \rightarrow Rtq$ — «наличие в t' события p является причиной наличия в t события q »;

$Rt'p \parallel \rightarrow Rtq$ — «наличие p в t' есть следствие наличия q в t »;

$Rt'p \text{ — } Rtq$ — «событие p свидетельствует о наличии одновременного с ним события q »;

$t'Bt$ — «момент t' раньше момента t »;

$t'Ot$ — « t' и t одновременны».

Определение временного понятия истины:

(Д1) $Tt'Rtp =_{Df} (t'Bt \ \& \ (\exists q)(Rt'q \rightarrow Rtp)) \vee (t'Ot \ \& \ (\exists q)(Rt'q \text{ — } Rtp)) \vee (t'Bt \ \& \ (\exists q)(Rt'q \parallel \rightarrow Rtp))$.

В соответствии с этим определением в произвольный момент t' истинно, что в другой (не обязательно отличный от первого) момент t имеет место событие p , если и только если справедливо по меньшей мере одно из следующих трех положений:

а) t' раньше t и существует такое событие q , что наличие q в t' является причиной наличия p в t ;

б) t' и t одновременны и в t' имеет место событие q , свидетельствующее о наличии p в t ;

в) t раньше t' и имеется такое событие q , что наличие q в t' есть следствие наличия p в t .

Для получения следствий с помощью определения (Д1) необходима логическая теория, описывающая свойства операторов R («реализуется в»), B («раньше»), O («одновременно»), \rightarrow

(«является причиной»), — («одновременно свидетельствует») и $\parallel \rightarrow$ («является следствием»). Иными словами, нужна комплексная теория, объединяющая логику времени и логику причинной связи.

Требуемый для наших целей фрагмент этой теории может быть получен присоединением к классической логике предикатов следующих аксиом, правил вывода и определений, включающих указанные операторы:

$$A1. tBt' \supset \sim (t'Bt);$$

$$A2. Rtp \in \sim Rt \sim p;$$

$$A3. Rt(p \& q) \in Rtp \& Rtq;$$

$$A4. Rtp \supset (\exists q)((Rt'q \rightarrow Rt \sim p) \vee (Rt'q \text{ — } Rt \sim p) \vee (Rt \sim p \parallel \rightarrow Rt'q));$$

$$A5. (Rtp \rightarrow Rt'q) \supset tBt';$$

$$A6. (Rtp \text{ — } Rt'q) \supset \sim (tBt') \& \sim (t'Bt);$$

$$A7. Rtp \& \sim (tBt') \& \sim (t'Bt) \supset Rt'p;$$

(R1) правило экстенциональности, позволяющее заменять друг на друга эквивалентные выражения.

Определения:

$$tOr' =_{df} \sim (tBt') \& \sim (t'Bt),$$

$$Rtp \parallel \rightarrow Rt'q =_{df} Rt'q \rightarrow Rtp.$$

Аксиома A1 утверждает, что если один момент раньше другого, то второй не раньше первого. В соответствии с A2 в некоторый момент времени реализуется определенное событие в том и только том случае, если неверно, что в этот момент реализуется противоположное событие. Согласно A3, в некоторый момент реализуется конъюнкция двух событий, если и только если в этот момент реализуется каждое из этих событий. Аксиомы A1–A3 относятся к логике времени и устанавливают очевидные свойства временных операторов.

Аксиомы A5–A7 объединяют логику времени с логикой причинности. Аксиомы A5 и A6 говорят, что причинная связь имеет место только между событиями, одно из которых раньше другого, а связь одновременного свидетельствования осуществляется только между одновременными событиями. Согласно A7, если два момента одновременны, то сказать, что в первый из них реализуется некоторое событие, значит сказать, что оно имеет место и во второй момент.

Особого комментария требует аксиома A4, характеризующая свойства причинной связи и связи одновременного свидетельствования. Эта аксиома утверждает, что если в какой-то момент времени имеет место событие p , то не существует такого события, которое являлось бы причиной, одновременным свидетельством или следствием наличия в этот момент события $ne-p$.

Слово «причина» употребляется в нескольких смыслах, различающихся по своей силе. Наиболее *сильный* из них предполагает, что событие, имеющее причину, не может не быть, т.е. не может быть ни отменено, ни изменено никакими иными событиями или действиями. Наряду с этим понятием *полной* причины, существует также более слабое понятие *неполной* (частичной) причины. Если полная причина всегда и в любых условиях вызывает свое следствие, то частичная причина только способствует наступлению своего следствия, и это следствие реализуется лишь в случае объединения частичной причины с некоторыми другими условиями.

Аксиома А4 устанавливает, что используемое нами отношение является именно отношением полного причинения. Этой аксиоме можно дать такую эквивалентную формулировку, при которой данное обстоятельство станет явным:

$$(\exists q)((Rt'q \rightarrow Rtp) \supset Rtp) \ \& \ (\exists q)(Rt'q \text{ — } Rtp) \supset Rtp) \ \& \ (\exists q)((Rt'q \parallel \rightarrow Rtp) \supset Rtp).$$

Все последующие рассуждения, касающиеся определения временного понятия истины, существенным образом зависят от того, что в этом определении используется понятие полной причины.

Определение временного понятия истины указывает условия истинности в произвольно взятый момент времени t' утверждения о наступлении в некоторый иной момент t определенного события. Если в качестве момента t' избрать «настоящее время» (S), то получим частный случай определения истины, говорящий об условиях истинности утверждения, относящегося к прошлому, настоящему или будущему:

$$(D2) \ TSRtp =_{df} (SBt \ \& \ (\exists q)(RSq \rightarrow Rtp)) \vee (SOt \ \& \ (\exists q)(RSq \text{ — } Rtp)) \vee (tBS \ \& \ (\exists q)_{df}(RSq \parallel \rightarrow Rtp)).$$

В соответствии с (D2) *сейчас* истинно, что в t реализуется p , если и только если имеет место хотя бы одна из следующих возможностей: а) в настоящее время имеется причина для наличия p в момент t будущего; б) сейчас есть свидетельство реализации в настоящем p ; в) сейчас имеется следствие наличия p в момент t прошлого.

Принципиальное различие определений (D1) и (D2) в том, что в первом из них идет речь об истинности в произвольный момент утверждения о событии, имевшего место в некоторый более ранний, одновременный или более поздний момент. Во втором определении вводится *выделенный* момент времени, именуемый «настоящим», и проводится различие между прошлым и будущим.

Определения (Д1) и (Д2) можно упростить, придав им такую форму:

$$(Д3) Tt'Rtp =_{df} (\exists q)((Rt'q \rightarrow Rtp) \vee (Rt'q - Rtp) \vee (Rt'q || \rightarrow Rtp)),$$

$$(Д4) TSRtp =_{df} (\exists q)((RSq \rightarrow Rtp) \vee (RSq - Rtp) \vee (RSq || \rightarrow Rtp)).$$

В соответствии с (Д4) сейчас истинно, что будет, есть или было событие p , если и только если сейчас имеется событие q , являющееся или причиной, или одновременным свидетельством, или следствием p .

Во всех приведенных определениях временного понятия истины встречается понятие «одновременного свидетельства». Основанием для его введения является стремление к предельной общности рассуждений об истине. Примером «одновременного свидетельства» реализации некоторого события может служить любое одновременное с ним событие, говорящее о его наличии. Таким свидетельством может являться, в частности, само интересующее нас событие. Иными словами, непосредственное наблюдение происходящего события есть достаточное основание для истинности утверждения о его существовании в момент наблюдения.

Относительно понятия «одновременного свидетельства», кажущегося на первый взгляд непривычным, следует иметь в виду, что все связанные с ним выводы основываются только на тех достаточно очевидных его свойствах, которые зафиксированы в аксиомах А4 и А6. Первая из них говорит, что если в некоторый момент времени реализуется определенное событие, то в этот момент нет свидетельства наступления противоречащего ему события. Если принять, что логически противоречивое (невозможное) событие не может произойти ни в один момент времени, то естественно также допустить, что нет одновременного свидетельства наступления такого события. Вторая аксиома требует, чтобы событие и его одновременное свидетельство были одновременны.

Определение временного понятия истины может быть также сформулировано без использования понятия «одновременного свидетельства»:

$$(Д5) Tt'Rtp =_{df} (\exists q)(Rt'q \rightarrow Rtp) \vee Rt'p \vee (\exists q)(Rt'q || \rightarrow Rtp),$$

Частным случаем (Д5) является определение, предполагающее проведение различия между прошлым, настоящим и будущим:

$$(Д6) TSRtp =_{df} (\exists q)(RSq \rightarrow Rtp) \vee RSp \vee (\exists q)(RSq || \rightarrow Rtp),$$

«сейчас истинно, что в момент t реализуется p , если и только если p происходит сейчас или сейчас есть следствие наличия p в прошлом или причина для наступления p в будущем».

Связь определений (Д5)-(Д6), не включающих понятия «одновременного свидетельства», с определениями (Д1)-(Д2), содержащими его, проста. Приняв утверждение, что в случае всякого события существует одновременное с ним событие, свидетельствующее о реализации первого, можно показать равносильность этих двух пар определений.

Рассмотренные варианты временного понятия истины имеют долгую традицию. Еще Аристотель утверждал, что высказывание является истинным в том и только том случае, когда описываемое им положение вещей или существует, или, если оно относится к будущему, однозначно предопределено настоящим²⁷. В этом утверждении ничего не говорится об истинностном значении высказываний о прошлых событиях и не уточняется, в каком смысле будущие события предопределяются настоящими. Тем не менее его можно считать близким по своему содержанию определению (Д6). Идеи Аристотеля, касающиеся истинностного значения высказываний о будущих событиях, оказали сильное влияние на Лукасевича.

8.3. Детерминизм и причинность

До сих пор понятие детерминированности принималось в качестве исходного. Смысл его определялся достаточно очевидными аксиомами, включающими выражение $Dt'Rtp$ — «в момент t' детерминировано, что в t реализуется событие, описываемое высказыванием p ».

Можно, однако, пойти дальше и определить «детерминировано» в терминах некоторых иных понятий, представляющихся в определенном отношении более простыми и более фундаментальными.

В самом общем смысле, детерминированность означает *определенность* одних событий другими.

Пусть выражение $Rtp \Rightarrow Rt'q$ представляет высказывание «реализация в момент t события (описываемого высказыванием) p определяет реализацию в момент t' события (описываемого высказыванием) q ».

Общая схема определения детерминированности:

$$DtRt'p =_{df} (\exists q)(Rtq \Rightarrow Rt'p),$$

выражение «в момент t детерминировано наступление в момент t' события p » означает «существует такое событие q , что реализация q в момент t определяет реализацию p в t' ».

Очевидно, что понятие определенности само нуждается в пояснении и определении. Легче всего это сделать применительно к *каузальной детерминации*, являющейся пусть не единственным, но наиболее естественным случаем определенности.

Каузальную определенность одного события другим можно так естественным образом охарактеризовать в терминах «причины», «следствия» и «одновременного свидетельствования»:

$$(*) (Rtp \Rightarrow Rt'q) \equiv (tBt' \supset (Rtp \rightarrow Rt'q)) \& (tOt' \supset (Rtp \text{ --- } Rt'q)) \& (t'Bt \supset (Rtp \parallel \rightarrow Rt'q)).$$

Здесь, как и раньше, выражение tBt' означает «момент t раньше момента t' », tOt' — «моменты t и t' одновременны», $Rtp \rightarrow Rt'q$ — «наступление события p в t есть причина наступления события q в t' », $(Rtp \text{ --- } Rt'q)$ — «наличие p в t свидетельствует о наличии q в t' », $(Rtp \parallel \rightarrow Rt'q)$ — «наступление p в t есть следствие наступления q в t' ».

Примем те же, что и раньше, простые утверждения, касающиеся реализации события и временных характеристик причинных связей:

$$A1. Rtp \equiv \sim Rt \sim p,$$

$$A2. Rt(p \& q) \equiv Rtp \& Rtq,$$

$$A3. (Rtp \rightarrow Rt'q) \supset tBt',$$

$$A4. (Rtp \text{ --- } Rt'q) \supset \sim (tBt') \& \sim (t'Bt),$$

$$A5. tBt' \supset \sim (t'Bt).$$

Согласно A3, причина наступает раньше следствия. A4 говорит, что отношение «свидетельствования» имеет место между событиями, ни одно из которых не предшествует во времени другому. В соответствии с A5, если один момент раньше другого, то неверно, что второй предшествует первому.

Примем также следующие определения:

$$/Д1/ tOt' =_{df} \sim (tBt') \& \sim (t'Bt),$$

$$/Д2/ Rtp \parallel \rightarrow Rt'q =_{df} Rt'q \rightarrow Rtp,$$

$$/Д3/ Rtp \Rightarrow Rt'q =_{df} (Rtp \rightarrow Rt'q) \vee (Rtp \text{ --- } Rt'q) \vee (Rtp \parallel \rightarrow Rt'q).$$

Первое из этих определений говорит, что одновременными являются моменты, не предшествующие друг другу. Согласно второму определению одно событие есть следствие другого только в том случае, когда второе есть причина первого. И, наконец, третьим определением вводится понятие каузальной определенности одного события другим: выражение «событие q каузально определено событием p » означает « p является или причиной, или одновременным свидетельством, или следствием q ».

Из аксиом A1-A3, присоединенных к логике предикатов, с помощью определения /Д3/ выводима формула (*), представляющая собой полную характеристику каузальной определенности.

Присоединим к каузальным аксиомам и определениям определение детерминированности в терминах каузальной определенности:

$$/Д4/ \text{DtRt}'p =_{\text{Df}} (\exists q)(\text{Rt}q \Rightarrow \text{Rt}'p).$$

В этой простой аксиоматической теории доказуема формула (**)
 (**) $\text{DtRt}'p \equiv (\exists q)((\text{Rt}p \rightarrow \text{Rt}'q) \vee (\text{Rt}p \text{ — } \text{Rt}'q) \vee (\text{Rt}p \parallel \rightarrow \text{Rt}'q)).$

Согласно данной эквивалентности, в момент t детерминировано наступление в момент t' события q , если и только если существует такое событие q , что оно является или причиной, или одновременным свидетельством, или следствием события p .

Из формулы (**) может быть получена полная, или развернутая, характеристика детерминированности:

$$(***) \text{DtRt}'p \equiv (\exists q)((\text{tBt}' \supset (\text{Rt}p \rightarrow \text{Rt}'q)) \& (\text{tOt}' \supset (\text{Rt}p \text{ — } \text{Rt}'q)) \& (\text{t'Bt} \supset (\text{Rt}p \parallel \rightarrow \text{Rt}'q))).$$

Таким образом, наступление события p в момент t' каузально детерминировано в момент t в том и только том случае, когда существует такое событие q , относительно которого верно: если q происходит раньше p , то q есть причина p ; если q одновременно с p , то q является одновременным свидетельством p ; если, наконец, q имеет место после p , то q является следствием p .

В этой аксиоматической теории детерминации, включающей, помимо принципов логики предикатов, аксиомы А1-А5 и определения /Д1/-/Д4/, доказуемы принимавшиеся ранее в качестве аксиом утверждения:

$$\text{DtRt}'p \supset \sim \text{DtRt}'\sim p,$$

$$\text{Dt}(\text{Rt}'p \& \text{Rt}'q) \equiv \text{DtRt}'p \& \text{DtRt}'q.$$

Логика детерминации сводится, таким образом, к логике времени, дополненной утверждениями об очевидных временных свойствах причинных связей. Смысл понятия детерминированности раскрывается с помощью понятий «имеет место в указанный момент времени», «является причиной», «является одновременным свидетельством» и «раньше». Важно отметить, что из всех свойств причинной связи и связи одновременного свидетельства используются только самые простые их свойства: причина предшествует следствию; одновременное свидетельствование имеет место между одновременными событиями.

9.3. Логический детерминизм

Рассмотрим теперь одну из тех проблем, решение которых требует строгих определений временного понятия истины и понятия детерминизма — широко обсуждавшуюся проблему связи закона исключенного третьего с принципом строгого детерминизма, или проблему *логического фатализма*.

Глубокий и детальный анализ современного состояния обсуждения данной проблемы содержится в книге А.С. Карпенко «Фатализм и случайность будущего», так что нет необходимости останавливаться здесь на этом. Подводя итог, Карпенко пишет, что «опровержение фатализма логическими средствами потребовало весьма нетривиальных идей и способствовало появлению и развитию совершенно новых направлений в логике: многозначных, модальных временных, модально-временных и других (комбинированных) логик. Влияние на логику, как прямо, так и косвенно, исходной проблематики оказалось столь сильным, что позволяет даже несколько переосмыслить сам статус логики»²⁸.

Первая формулировка закона исключенного третьего принадлежит, как известно, Аристотелю: «... не может быть ничего промежуточного между двумя членами противоречия, а относительно чего-то одного необходимо чтобы то ни было одно: либо утверждать, либо отрицать. Это становится ясным, если мы прежде всего определим, что такое истинное и ложное». И в другом месте: «... если относительно чего бы то ни было одного необходимо либо утверждение, либо отрицание, то невозможно, чтобы и отрицание, и утверждение были ложными, ибо ложным может быть лишь один из обоих членов противоречия»²⁹. Аристотелем был сформулирован также принцип двужначности, в соответствии с которым «всякое утверждение или отрицание истинно или ложно»³⁰.

Аристотель определял высказывание как то, что являемся либо истинным, либо ложным. Однако в десятом разделе своей работы «Об истолковании» он отступил от этого определения, полагая, что оно не приложимо к временным высказываниям о будущих событиях, наступлении или ненаступлении которых зависит от воли человека. На вопрос, состоится ли завтра морская битва, справедливым будет ответ, что она состоится или не состоится, но ни одно из этих предсказаний не является сегодня ни истинным, ни ложным. Аналогичным образом обстоит дело и с вопросом, будет ли данный плащ разрезан или нет. Аристотелю каза-

лось, что истинность высказывания о будущем случайном событии с необходимостью влечет это событие, а ложность высказывания о нем влечет его невозможность.

Аристотель устанавливал, таким образом, логическую связь между положением, что всякое высказывание либо истинно, либо ложно, и предопределенностью будущего. Поскольку фаталистический взгляд на будущее представлялся ему явно неприемлемым, он считал необходимым ограничить действие данного положения высказываниями о прошлых и настоящих событиях. Прошлое и настоящее являются, по его мнению, необходимыми, и только будущее свободно для выбора: «Сущему, поскольку оно существует, необходимо существовать, точно так же и несущему, поскольку оно не существует, необходимо не быть»³¹.

Позиция Аристотеля уже в древности вызвала ожесточенные споры. Очень высокую оценку давал ей Эпикур. Он утверждал обо всех, по-видимому, высказываниях, относящихся к будущему, что они не являются на истинными, ни ложными, и категорически отрицал применимость и ним закона исключенного третьего. Напротив, стоики (и прежде всего Хрисипп), являвшиеся последовательными детерминистами, отрицали введенное Аристотелем ограничение и считали принцип двужначности одним из основоположений своей диалектики. Ни Эпикур, ни стоики не подвергали сомнению правильность рассуждения Аристотеля, ведущего к предопределенности будущего, и сосредоточивали свои усилия только на обосновании или опровержении основной посылки этого рассуждения. По мысли Эпикура, этой посылкой является закон исключенного третьего, но мысли стоиков — принцип двужначности³². Сам Аристотель не проводил между этими двумя положениями ясного различия.

В настоящее время споры по поводу аристотелевского ограничения закона исключенного третьего только высказываниями о прошлых и настоящих событиях не утихли. Иногда говорится, что это ограничение представляет большой интерес для современной логики и что в нем содержатся зародыш многозначной логики. Но гораздо чаще утверждается, что Аристотель ошибался, связывая закон исключенного третьего с принципом строгого детерминизма и выводя отсюда необходимость ограничения первого.

Характерной в этом отношении является критика аристотелевского ограничения, данная М. Шликом в статье «Причинность в современной физике». Шлик отождествляет детерминирован-

ность с предсказуемостью, или вычислимостью, и полагает, что этого достаточно «для решения известного и важного для проблемы причинности парадокса, жертвой которого пал уже Аристотель и который еще и сейчас вызывает замешательство. Это так называемый парадокс «логического детерминизма». Он гласит, что принципы противоречия и исключенного третьего не были бы справедливыми для высказываний о будущих фактических состояниях, если бы не детерминизм³³.

Критика Шлика основывается не на данной ими новой интерпретации детерминированности, а на его истолковании законов логики как правил символики. Если эти законы являются соглашениями, касающимися употребления символов, и могут изменяться по нашему усмотрению, то как возможна их логическая связь с эмпирическими утверждениями, подобными принципу детерминизма? Законы логики ничего не говорят о действительности, и из них нельзя вывести ни одного положения, которое не являлось бы тавтологией. Ссылку на это обстоятельство Шлик считает вполне достаточной для решения парадокса «логического детерминизма».

Это решение многое оставляет неясным. Прежде всего, действительно ли Аристотель допустил в своем рассуждении логическую ошибку, оставшуюся незамеченной ни Эпикуром, ни Хрисиппом, ни многими последующими авторами? Какие именно утверждения являлись посылками аристотелевского рассуждения и необходимы ли вообще для его проведения закон исключенного третьего или принцип двузначности? Как истолковывал Аристотель выражение: «сейчас истинно, что в будущем произойдет определенное событие»? Шлик обходит все эти вопросы, и его критика, по существу, сводится к утверждению, что логические истины не связаны с эмпирическими.

Рассмотрим рассуждение Аристотеля, ведущее от закона исключенного третьего к строгому детерминизму, на базе введенного ранее формального аппарата.

Под принципом *строгого* детерминизма будем понимать утверждение, что всякое событие, когда бы оно ни произошло, каузально детерминировано в каждый момент времени. Это понимание хорошо согласуется, как представляется, с исторической традицией. Используя введенную символику, данному принципу можно дать такую формулировку:

$$(\forall p)(\forall t)(\forall t')(Rtp \supset Dt'Rtp).$$

Его развернутая символическая формулировка:

$(\forall p)(\forall t)(\forall t')((Rtp \supset (\exists q)((Rt'q \rightarrow Rtp) \vee (Rt'q \text{ — } Rtp) \vee (Rt'q \parallel \rightarrow Rtp)))$.

Принцип строгого детерминизма эквивалентен конъюнкции следующих трех положений:

$Rtp \ \& \ t'Bt \supset (\exists q)(Rt'q \rightarrow Rtp)$,

$Rtp \ \& \ t'Ot \supset (\exists q)(Rt'q \text{ — } Rtp)$,

$Rtp \ \& \ tBt' \supset (\exists q)(Rt'q \parallel \rightarrow Rtp)$.

Первое из них может быть названо принципом *причинного* детерминизма. Оно говорит о том, что в случае всякого события, в какой бы момент оно ни происходило, во всякий предшествующий момент существует событие, реализация которого является причиной наступления первого. Или короче: причины всех событий уходят бесконечно в прошлое (под прошлым здесь понимается всякое время, предшествующее рассматриваемому событию). В соответствии с третьим положением, которое может быть названо принципом следственного детерминизма, следствия каждого события существуют во всякий, сколь угодно отдаленный момент будущего.

Под «каузальным аналогом закона исключенного третьего» будем понимать положение

$(****)Dt'Rtp \vee Dt'Rt\sim p$,

«в t' определено (детерминировано), что в t имеет место данное событие, или в t' определено, что в t нет этого события».

Используя аппарат комбинированной логики времени и причинности, можно доказать, что принцип строгого детерминизма *дедуктивно эквивалентен* каузальному аналогу закона исключенного третьего.

Этот результат позволяет по-новому взглянуть на идею Аристотеля о связи строгого детерминизма с законом исключенного третьего. Частным случаем каузального аналога этого закона является формула

$DSRtp \vee DSRT\sim p$,

«сейчас (S) определено, что в произвольно взятый момент времени реализуется некоторое событие, или сейчас определено, что в этот момент реализуется противоречащее ему событие». Данная формула эквивалентна конъюнкции трех утверждений, касающихся прошлого, настоящего и будущего:

(1) $tBS \supset DSRtp \vee DSRT\sim p$,

(2) $SOt \supset DSRtp \vee DSRT\sim p$,

(3) $SBt \supset DSRtp \vee DSRT\sim p$.

Последние утверждения равносильны соответственно следующим трем частным случаям принципа строгого детерминизма:

$$(1+) Rtp \ \& \ tBS \supset (\exists q)(RSq \parallel \rightarrow Rtp),$$

$$(2+) Rtp \ \& \ tOS \supset (\exists q)(RSq \text{ — } Rtp),$$

$$(3+) Rtp \ \& \ SBt \supset (\exists q)(RSq \rightarrow Rtp).$$

Аристотель не сомневался в необходимости (детерминированности) прошлого и настоящего и в приложимости к ним положения: «сейчас определено, что было (имеет место) данное событие, или сейчас определено, что было (имеет место) противоречащее ему событие». Его колебания были связаны только с вопросом о будущих событиях: из допущения применимости закона исключенного третьего к таким событиям вытекает строгий детерминизм, и поэтому данный закон должен быть ограничен только прошлым и настоящим.

Эту позицию теперь можно переформулировать иначе. Из формул (1) и (2) вытекают частные случаи принципа строгого детерминизма (1+) и (2+), но с утверждаемой ими детерминированностью прошлого и настоящего можно согласиться. Из формулы (3) следует еще один частный случай (3+) этого принципа, говорящий о предопределенности будущего настоящим. Поскольку этот частный случай неприемлем, формула (3) должна быть отброшена, а значит, должен быть отброшен и сам каузальный аналог закона исключенного третьего, следствием которого она является.

Можно, таким образом, сказать, что Аристотель, не признававший существования в настоящем причин для всех будущих событий, был прав, отвергая на этом основании идеи, выражаемые формулами

$$SBt \supset DSRtp \vee DSRt \sim p,$$

$$DSRtp \supset DSRtp \vee DSRt \sim p.$$

Его рассуждения основывались на несколько необычном каузальном понимании временного понятия истины и не были в достаточной степени ясными, что и послужило источником последующих неправильных их истолкований.

Подобно другим античным философам, Аристотель постоянно связывал истинностные характеристики утверждений со временем, хотя далеко не всегда отдавал себе отчет в этом. В сущности, он нередко отождествлял истинность временного высказывания с определенностью (детерминированностью или предопределенностью) того события, о котором идет в нем речь.

В наших терминах эту идею можно было бы передать формулой

$$TtRt'p \equiv DtRt'p,$$

«истинно в t , что в t' имеет место p , если и только если в t' причинно определено (предопределено), что в t имеет место p ».

Формула

$$TtRt'p \vee TtRt' \sim p$$

является следствием закона исключенного третьего,

$$p \vee \sim p,$$

и может рассматриваться как временная версия этого закона.

Если временная истинность отождествляется с предопределенностью, принцип (***) становится неотличимым от временного варианта закона исключенного третьего.

Очевидно, что «каузальный аналог закона исключенного третьего» не является, вопреки мнению Аристотеля и его комментаторов, ни законом исключенного третьего, ни принципом двужначности. Формула $DSRtp \vee DSRT \sim p$ эквивалентна формуле $(\exists q)((RSq \rightarrow Rtp) \vee (RSq \rightarrow Rt \sim p)) \vee (\exists q)((RSq \rightarrow Rtp) \vee (RSq \rightarrow Rt \sim p)) \vee (\exists q)((RSq \parallel \rightarrow Rtp) \vee (RSq \parallel \rightarrow Rt \sim p))$.

Последняя утверждает, что для каждого события, в какой бы момент времени оно ни происходило, верно, что сейчас имеется причина, одновременное свидетельство либо следствие реализации в указанный момент или данного события, или противоречащего ему события. Ясно, что это утверждение, напоминающее в своей сокращенной формулировке закон исключенного третьего или принцип двужначности, является не логической, а фактической истиной. Оно невыводимо логически ни из положения, что из двух противоречащих высказываний одно является истинным, ни из положения, что всякое высказывание либо истинно, либо ложно. Принцип строгого детерминизма не следует ни из закона исключенного третьего, ни из принципа двужначности.

В заключение следует отметить, что логическое исследование таких понятий, как «причина», «следствие», «раньше», «позже», «одновременно», «реализуется в момент t » и т. п., зависит от глубины предварительного неформального их изучения. Последнее должно представить достаточно ясную картину той области, которую намереваются формализовать. Простое введение символов вместо неточных понятий еще не делает эти понятия однозначно определенными.

10.3. Логика причинности

Логика причинности является разделом современной логики, занимающимся исследованием структуры и логических отношений высказываний о причинных связях (каузальных высказываний). Понятие причинности является одним из центральных как в науке, так и в философии науки. Причинная связь не является логическим отношением. Но то, что причинность не сводима к логике, не означает, что проблема причинности не имеет логического содержания и не содержит аспектов, нуждающихся в логическом анализе.

Задача последнего заключается в систематизации тех правильных схем рассуждений, посылками или заключениями которых служат каузальные высказывания. В этом плане логика причинности не отличается, скажем, от логики времени или логики знания, целью которых является построение искусственных (формализованных) языков, позволяющих с большей ясностью и эффективностью рассуждать о некоторых аспектах времени или знания.

Работа А. Беркса «Логика каузальных высказываний», вышедшая в 1951 г., непосредственно ввела тему каузальных модальностей в современную логику. Эта же тема, но в другой терминологии («номологические высказывания») обсуждалась Г. Рейхенбахом. С логическим анализом причинности связано в какой-то мере большинство статей, посвященных популярной когда-то проблеме «условных высказываний, противоречащих фактам».

Интересные работы о каузальных модальностях и каузальной импликации, представляющей причинную связь, были опубликованы П. Саппсом, Н. Решером, Д. Феллесдалом. Но в целом в этой области сделано пока немного.

Дело прежде всего в недостаточной содержательной ясности понятия причины, в наличии нескольких, различающихся по смыслу понятий причинной связи, между которыми обычно не проводится различия. Трудности связаны также с нередким смешением причинности, являющейся фактической связью, с логическими отношениями. Определенную роль сыграла и восходящая к Юму догма, что между фактами не существует связей, и отставившееся неопозитивистами сведение причинности к предсказуемости. Одно время создалось даже впечатление, которое М. Бунге выразил так: «Что касается задачи формализации причинных предложений, то никакого удовлетворительного ее решения не может быть достигнуто»³⁴.

Этот скептический вывод едва ли оправдан. Но ясно, что в логическом анализе причинности нужны свежие идеи и пересмотр самих исходных его предпосылок.

В новое время принцип «все имеет причину» обычно смешивался с принципом «все имеет основание», и поскольку последний считался аналитической (логической) истиной, первому также приписывался аналитический характер. В частности, Декарт, отождествлявший «причину» и «основание», выдвинул положение, названное им «первой аксиомой»: «Не существует ничего, о чем нельзя было бы спросить, что за причина, почему оно существует». Поиски причины вещей истолковывались как выдвижение оснований и притом по возможности оснований математического рода. Получила распространение даже идея, что следствие содержится в причине и с необходимостью вытекает из нее, подобно тому как в умозаклчениях содержание заключения имплицитно содержится в содержании посылок и с логической необходимостью вытекает из него.

Смещения причины и основания, принципа причинности с принципом достаточного основания ушло в прошлое. Причинная связь не является логическим отношением, проблема причинности не принадлежит к логике. Но то, что причинность не может быть сведена к логическим терминам, не означает, конечно, что она не имеет никакого логического содержания и не может быть проанализирована с помощью логики.

«Тот факт, — подчеркивает М. Бунге, — что проблема причинности имеет онтологическую *сущность*, не противоречит тому, что она имеет и логический, и эпистемологический *аспект*, какой имеет всякая другая философская проблема. Проблема причинности является онтологическим вопросом, потому что она касается черты действительности, которая, как часто правильно или ошибочно предполагается, появляется на уровнях материального и культурного мира, за исключением уровня абстрактных объектов; то есть сам вопрос является онтологическим, потому что его референт принадлежит к онтологической сфере. Но, подобно всякому другому философскому и научному вопросу, в связи с проблемой причинности возникают эпистемологические проблемы (например, вопрос о верификации принципа причинности) и логические проблемы»³⁵.

В логике причинности связь причины и следствия представляется особым условным высказыванием — *каузальной импликацией*. Последняя иногда принимается в качестве исходного, неопре-

деляемого явным образом отношения. Смысл ее задается множеством аксиом. Чаше, однако, такая импликация определяется через другие, считаемые более ясными или более фундаментальными понятия. В их числе понятие *онтологической* (каузальной, фактической, физической) *необходимости*, понятие вероятности и др.

Логическая необходимость присуща законам логики, онтологическая необходимость характеризует закономерности природы, в частности, причинные связи. Выражение «*p* есть причина *q*» («*p* каузально имплицирует *q*») можно определить как «онтологически необходимо, что если *p*, то *q*», отличая тем самым простую условную связь от каузальной импликации.

Через вероятность причинность определялась таким образом: событие *p* есть причина события *q*, только если вероятность события *p* больше нуля, оно происходит раньше *q* и вероятность наступления *q* при наличии *p* выше, чем просто вероятность *q* (П. Саппс).

К анализу причинности Лукасевич обращался во многих своих работах. Особый интерес среди них представляет статья «Анализ и конструкция понятия причины» (1907)³⁶ и речь «О детерминизме» (1922). В этой речи Лукасевич дает, в частности, ясное определение причинной связи через понятие закона природы. На основе этого определения может быть построена, как показывается далее, достаточно естественная логика причинности, а затем логика онтологических модальных понятий³⁷.

«Факт *F*, имеющий место во время *s*, — говорит Лукасевич, — я называю причиной факта *G*, имеющего место во время *t*, факт *G* следствием факта *F*, если время *s* раньше времени *t* и если факты *F* и *G* связаны между собой таким образом, что на основе известных нам законов, управляющих фактами, можно из высказывания, утверждающего факт *F*, вывести высказывание, утверждающее факт *G*»³⁸. Например, нажатие на кнопку электрического звонка может быть названо причиной того, что звонок звенит, поскольку время нажатия на кнопку, раньше времени начала работы звонка и, используя известные нам законы физики, на которых основывается устройство электрического звонка, можно из высказывания, утверждающего первый факт, вывести высказывание, утверждающее второй факт.

Определение причинной связи можно упрощенно переформулировать так, опуская указание на то, что причина всегда предшествует следствию: событие *A* является причиной события *B*, а событие *B* — действием (следствием) события *A*, если и только если существует язык, на котором мы можем сформулировать три высказывания *p*, *q* и *r*, таких что *p* является истинным универ-

сальным научным законом, q описывает A , r описывает B и является логическим следствием p и q . Или: q каузально влечет r , только если из q , взятого вместе с множеством законов природы, логически следует r .

В определении причинности используется понятие логического следования. Воспользуемся тем описанием этого понятия, которое дается теорией строгой импликации К. Льюиса³⁹.

Введем в алфавит этой теории пропозициональную константу Z , представляющую множество законов природы, и одноаргументный функтор K , имеющий значение «известно, что...». В дальнейшем будут использоваться также следующие обозначения: CLp – « p онтологически необходимо», CLp – « p онтологически случайно», CMp – « p онтологически возможно», CRp – « p онтологически невозможно», $p \rightarrow q$ – « p каузально имплицирует q » (или «событие, описываемое высказыванием p , является причиной события, описываемого высказыванием q »), pBq – « p раньше q » (или «событие, описываемое высказыванием p , раньше события, описываемого высказыванием q »), pAq – « p строго имплицирует q » и Δ означает произвольную тавтологию классической логики высказываний.

Определим каузальную импликацию $p \rightarrow q$ в терминах эпистемической константы K , константы Z и логического следования (pAq – « p строго имплицирует q »):

$$D^* \quad p \rightarrow q =_{df} KZ \& (Z \& pAq),$$

« p есть причина q » означает «известно множество законов природы Z и p вместе с этим множеством законов строго имплицирует q ».

Можно показать, что так расширенная теория строгой импликации содержит логику причинной связи, определяемую следующими аксиомами и правилами вывода:

A0. Множество аксиом классической логики высказываний,

$$A1. (p \rightarrow q) \& (q \rightarrow r) \supset (p \rightarrow r),$$

$$A2. (p \rightarrow q) \& (p \rightarrow r) \equiv (p \rightarrow (q \& r)),$$

$$A3. (p \rightarrow q) \& (r \rightarrow q) \equiv (p \vee r) \rightarrow q),$$

$$A4. (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \equiv (p \rightarrow (q \vee r))$$

(R1) правило подстановки формул пропозициональной логики вместо пропозициональных переменных,

(R2) правило отделения,

(R3) правило экстенциональности.

Назовем эту логику причинности «минимальной» и будем представлять ее как систему О11.

Системами О12 и О13 будем называть расширения О11 слабым и сильным принципами каузальной непротиворечивости соответственно:

$$\sim((q \vee \sim q) \rightarrow (p \& \sim p)),$$

«логически истинное высказывание не может каузально имплицировать логически ложное высказывание», и

$$(p \rightarrow q) \& p \supset q$$

«если p каузально имплицирует q и p истинно, то q также истинно».

Для получения в рамках теории строгой импликации, дополненной определением причинности, систем О12 и О13 необходимо принять, соответственно, следующие аксиомы, касающиеся множества законов природы:

$$(1) \sim(ZAp \& \sim p),$$

$$(2) p \supset \sim(Z \& pAq \& \sim q).$$

Смысл данных аксиом и их содержательная связь с принципами непротиворечивости достаточно ясны. Первая аксиома требует, чтобы множество законов природы, представляемое константой Z , не содержало логического противоречия. Согласно второй аксиоме, введение в это множество истинного высказывания не должно вести к противоречию.

В терминах каузальной импликации и пропозициональных связей могут быть определены онтологические модальные понятия:

$$CLp =_{df} \Delta \rightarrow p, \text{ или}$$

$$CIp =_{df} \sim p \rightarrow \sim \Delta,$$

« p онтологически необходимо» означает «тавтологическое (всегда имеющее место) состояние дел каузально имплицирует p »;

$$CIp =_{df} \sim(\Delta \Rightarrow p) \& \sim(\Delta \Rightarrow \sim p), \text{ или}$$

$$CIp =_{df} \sim(\sim p \Rightarrow \sim \Delta) \& \sim(p \Rightarrow \sim \Delta),$$

« p онтологически случайно» означает «неверно, что всегда имеющее место состояние дел каузально имплицирует p , и неверно, что такое состояние дел каузально имплицирует $не-p$ »;

$$CMp =_{df} CLp \vee CIp,$$

« p онтологически возможно» означает « p онтологически необходимо или p онтологически случайно»;

$$CRp =_{df} \sim CMp,$$

« p онтологически невозможно» означает «неверно, что p онтологически возможно».

Можно показать, что минимальная логика каузальной импликации О11 содержит следующую минимальную логику онтологических модальных понятий:

A0. Множество аксиом классической логики высказываний,

$$A1. CLp \& CLq \supset CL(p \& q),$$

$$A2. CL(p \vee q) \vee CI(p \vee q) \equiv CLp \vee CLq \vee CIp \vee CIq,$$

$$A3. CIp \supset \sim CLp \& \sim CL \sim p,$$

(R1)-(R3) системы О11.

Определения:

$$CMp =_{df} CLp \vee CIp,$$

$$CRp =_{df} CL \sim p.$$

Назовем эту минимальную (не зависящую от тех или иных допущений об областях приложения) логику онтологических модальностей системой ОМ1.

Под системой ОМ2 будем понимать результат расширения ОМ1 слабым принципом *онтологической непротиворечивости*:

$$CLp \supset \sim CL \sim p,$$

в соответствии с которым противоречащие друг другу высказывания не могут быть оба онтологически необходимыми.

Идея онтологической непротиворечивости выражается также формулами

$$CLp \supset \sim CRp,$$

$$CLp \supset \sim CM \sim p,$$

$$\sim CLp (p \& \sim p).$$

Эти формулы дедуктивно эквивалентны слабому принципу онтологической необходимости на базе ОМ1.

Под системой ОМ3 будем понимать расширение ОМ1 сильным принципом онтологической непротиворечивости

$$CLp \supset p,$$

согласно которому онтологически необходимое высказывание должно быть истинным.

Можно показать, что система ОМ2 содержится в ОI2 и что ОМ3 содержится в ОI3.

С другой стороны, может быть показано, что логика каузальной импликации ОI1 содержится в логике онтологических модальностей ОМ1, система ОI2 – в ОМ2 и система ОI3 – в ОМ3. Для этого достаточно воспользоваться обычным определением каузальной импликации как онтологически необходимой (материальной) импликации:

$$p \rightarrow q =_{df} CL(p \supset q),$$

Можно наметить еще одно расширение минимальной логики онтологических модальностей ОМ1 – расширение ее принципом *онтологической полноты*, являющимся модальным аналогом закона исключенного третьего логики высказываний:

$$CLp \vee CIp \vee CRp,$$

«всякое высказывание или онтологически необходимо, или онтологически случайно, или онтологически невозможно». Этому принципу эквивалентны формулы:

$$CLp \vee CIp \vee CL \sim p,$$

$$CMp \vee CM \sim p,$$

$$\sim CLp \supset CM \sim p,$$

$CM(p \vee \sim p)$.

Систему, являющуюся расширением ОМ1 принципом онтологической полноты, назовем ОМ4.

Можно показать, что теория строгой импликации с константой Z и функтором K содержит минимальную логику онтологических модальностей ОМ1. Для этого можно воспользоваться определениями

$CLp =_{df} KZ \& (ZAp)$,

$CLp =_{df} KZ \& \sim(ZAp) \& \sim(ZA\sim p)$.

Согласно первому определению онтологически необходимы являются известные законы природы и их логические следствия. Онтологические возможность и невозможность могут быть определены обычным образом.

Для получения в рамках теории строгой импликации системы ОМ4 необходимо, помимо указанных определений, принять следующую аксиому

KZ ,

«известно множество законов природы Z ».

Множество законов природы может пониматься двояко: *потенциально* — как совокупность известных в определенное время законов и *актуально* — как совокупность, включающая наряду с установленными и все существующие, но еще не открытые законы природы. Введение указанной аксиомы равнозначно, как кажется, переходу от потенциального понимания законов к их актуальному пониманию.

Каузальная импликация, вводимая определением D^* или более простым определением

$p \rightarrow q =_{df} (Z \& p)Aq$,

шире того, что понимается обычно под каузальной импликацией. Эта импликация близка известной импликации Беркса, построившего первую логику онтологических модальностей, и может читаться как « p каузально или логически имплицитует q ».

Более соответствуют обычному пониманию каузальной импликации отношения, вводимые следующим определением (pBq означает « p раньше q »):

$p \rightarrow q =_{df} (Z \& pAq) \& \sim(pAq)$,

$p \rightarrow q =_{df} pBq \& (Z \& pAq)$,

$p \rightarrow q =_{df} pBq \& (Z \& pAq) \& \sim(pAq)$,

$p \rightarrow q =_{df} pBq \& (Z \& pAq) \& (Z \& \sim pA\sim q)$.

Второе и третье из этих определений представляют собой два варианта символической формулировки определения причинности Лукасевичем. Присоединение последнего из данных определений к теории строгой импликации (или иной, подобной ей тео-

рии логического следования), дополненной элементарными утверждениями об отношении «раньше» и о множестве законов природы, позволяет, в частности, получить теорию каузальной импликации, теоремами которой являются формулы:

$$\sim(p \rightarrow p),$$

«ничто не является причиной самого себя»,

$$(p \rightarrow q) \supset \sim(q \rightarrow p),$$

«если одно событие является причиной другого, то неверно, что второе есть причина первого»,

$$(p \rightarrow q) \supset \sim(p \rightarrow \sim q),$$

$$(p \rightarrow q) \supset \sim(\sim p \rightarrow q).$$

Описываемая этой теорией каузальная импликация близка по своим свойствам каузальным отношениям, определявшимся Саппсом в терминах вероятности и временного предшествования событий.

Остается открытым вопрос о таком расширении минимальной логики причинности (системы О11), которое шло бы в параллель расширению минимальной логики онтологических модальностей (ОМ1) принципом онтологической полноты (ОМ4).

Подводя итог обсуждению определения причины и построению на его основе логики причинности (и далее — логики онтологических модальностей), можно сказать, что, формально говоря, все изложенные результаты могли быть получены еще в 20-е гг. XX века. В действительности они были получены только значительно позднее. Этот временной разрыв объясняется несколькими обстоятельствами и прежде всего — узкими истолкованием задач модальной логики. Ни о логике причинности, ни об онтологических модальностях до начала 50-х гг. речь не заходила. Сама идея необходимости воссоздания модальной логики в рамках современной (математической) логики вызывала возражения; теория строгой импликации Льюиса почти не привлекала внимания. Формально возможное выведение следствий из определения причинности, данного Лукасевичем, долгое время не было реально возможным.

11.3. Бытие и становление

Лукасевич был одним из видных представителей Львовско-Варшавской школы. Принято считать, что она явственно тяготела к неопозитивизму, разделяя его основные философские идеи, хотя и не придавала им столь характерной для неопозитивизма радикальной формы.

Философская позиция Лукасевича требует существенного уточнения этого мнения. На специфическом материале обоснования логических систем Лукасевич выразил общую тенденцию философии XX века – повышенное внимание ко времени, имеющему направление и связанному с изменчивостью мира, его *становлением*. Эта тенденция была совершенно чуждой логическому позитивизму, ориентированному на естественные науки (и прежде всего на физику), истолковывающие существование как устойчивое, повторяющееся одно и то же *бытие*.

Противопоставление становления как постоянного, охватывающего все изменения бытию берет свое начало в античной философии. Гераклит растворял бытие в становлении и представлял мир как становящееся, текучее, вечно изменчивое целое. Парменид, напротив, считал становление кажимостью и подлинное существование приписывал только бытию. В онтологии Платона вечно существующий умопостигаемый мир является парадигмой для вечно становящегося чувственно воспринимаемого мира. Аристотель, отказавшись от бытия в форме особого мира идей, придал становлению характер направленности.

Описание мира как становления предполагает особую систему категорий, отличную от той, на которой основывается описание мира как бытия.

Единая категориальная система мышления распадается на две системы понятий. В первую из них входят *абсолютные понятия*, представляющие свойства объектов, во вторую – *сравнительные понятия*, представляющие отношения между объектами⁴⁰. Абсолютные категории можно назвать, универсализируя терминологию, введенную Дж. Мак-Таггартом для обозначения двух типов времени, А-понятиями, сравнительные категории – В-понятиями.

Существование как свойство – это становление (возникновение или исчезновение); существование как отношение – это бытие, которое всегда относительно («А более реально, чем В»). Время как свойство представляется динамическим временным рядом «было – есть – будет» («прошлое – настоящее – будущее») и характеризуется направленностью, или «стрелой времени»; время как отношение представляется статическим временным рядом «раньше – одновременно – позже» и не имеет направления. Пространство как свойство – это «здесь» или «там»; пространство как отношение – это выражения типа «А дальше В», «А совпадает с В» и «А ближе В». Изменение как свойство передается понятиями «возникает», «остается неизменным» и «исчезает»;

изменению как отношению соответствует «А преобразуется (переходит) в В». Определенность существующего, взятая как свойство, передается рядом «необходимо — случайно — невозможно»; определенность как отношение передается выражением «А есть причина В». Добро в качестве свойства — это ряд «хорошо — безразлично — плохо»; добро как отношение — это ряд «лучше — равноценно — хуже». Истина как свойство передается понятиями «истинно — неопределенно — ложно», как отношение — выражением «А более вероятно, чем В», и т.д.

За каждой из двух категориальных систем стоит особое видение мира, свой способ его восприятия и осмысления. Отношение между абсолютными и сравнительными категориями можно уподобить отношению между обратной перспективой в изображении предметов, доминировавшей в средневековой живописи (и в более поздней иконописи), и прямой перспективой «классической» живописи нового времени: обе системы внутренне связаны, цельны и самодостаточны; каждая из них, будучи необходимой в свое время и на своем месте, не лучше и не хуже другой. Если категории — это очки, через которые человек смотрит на мир, то наличие двух подсистем категорий говорит о том, что у человека есть очки для ближнего видения, связанного с действием (абсолютные категории), и очки для дальнего, более абстрактного и отстраненного видения (сравнительные категории). Вопрос о том, зачем необходима не одна, а две системы категорий, дополняющие друг друга, остается пока открытым.

Бинарная оппозиция «становление — бытие» является центральной оппозицией теоретического мышления.

Видение мира как становления и видение его как бытия имеют в философии своих сторонников и противников. Склонность отдавать предпочтение восприятию мира как потока и становления можно назвать *аристотелевской* традицией в теоретическом мышлении; выдвижение на первый план описания мира как бытия — *платоновской* традицией. В русле первой из этих традиций идут гуманитарные науки (науки исторического ряда, лингвистика, индивидуальная психология и др.), а также нормативные науки (этика, эстетика, искусствоведение и др.); к этому же направлению относятся и те естественнонаучные дисциплины, которые занимаются изучением истории исследуемых объектов и — эксплицитно или имплицитно — предполагают «настоящее». Остальные естественные науки, включая физику, химию и др., ориентируются преимущественно на представление мира как постоянного

повторения одних и тех же элементов, их связей и взаимодействий. Социальные науки (экономическая наука, социология, социальная психология и др.) также тяготеют к использованию сравнительных категорий. Разница между науками, использующими абсолютные категории (науками о становлении, или А-науками), и науками, опирающимися на систему сравнительных категорий (науками о бытии, или В-науками), не совпадает, таким образом, с границей между гуманитарными и социальными науками (или науками о культуре), с одной стороны, и естественными науками (науками о природе), с другой.

Иногда утверждается, что сравнительные категории более фундаментальны, чем абсолютные категории, и что вторые сводимы к первым. В частности, неопозитивизм, предполагавший редукцию языка любой науки к языку физики, настаивал на субъективности абсолютных категорий и необходимости замены их сравнительными категориями. С другой стороны, сторонники феноменологии и экзистенциализма подчеркивали, что человеческое измерение существования передается именно абсолютными, а не сравнительными категориями. В частности, М. Хайдеггер высказывался против «неподлинного» понимания времени (а тем самым и бытия) в терминах сравнительных категорий и называл «физически-техническое» В-время «вульгарным» временем⁴¹. Ранее А. Бергсон абстрактному времени (физической) науки противопоставлял истинное, конкретное время («длительность»), являющееся, в сущности, А-временем.

Философия нового времени долгое время тяготела к описанию мира в терминах сравнительных категорий. Но затем у А. Шопенгауэра, С. Кьеркегора, А. Бергсона, в философии жизни и более явно в феноменологии и экзистенциализме на первый план вышли абсолютные категории и в первую очередь А-время с его «настоящим», лежащим между «прошлым» и «будущим», и «стрелой времени»⁴². В русле старой традиции продолжал двигаться, однако, неопозитивизм, настаивавший на использовании во всех науках, включая и гуманитарные науки, только «объективных», не зависящих от точки зрения сравнительных категорий, и в частности временного ряда «раньше — одновременно — позже».

Лукаевич шел в русле аристотелевской традиции истолкования существования как становления. Во всех своих рассуждениях по поводу оснований многозначной и модальной логики он исхо-

дил, как и Аристотель, из понятия А-времени. Предлагавшиеся Лукасевичем определения понятий «детерминировано» и «истинно» предполагали А-временной ряд «было — есть — будет» и, соответственно, А-логику времени. Размышления Лукасевича о детерминизме, свободной человеческой воле и непредопределенности будущего далеки по своему духу от логического позитивизма⁴³.

Примечания

- 1 Вопросу о понимании времени Аристотелем и, в частности, о связи, устанавливавшейся им между временем и модальными понятиями посвящена обширная литература (см. библиографию в: Карпенко А.С. Фатализм и случайность будущего: логический анализ. М., 1990). Наиболее обоснованная трактовка этого вопроса дана, как кажется, в работах Я. Хинтикки: *Necessity, Universality and Time in Aristotle* // *Ayatus*. 1957. Vol. 20. P. 65-90; *Time and Necessity. Studies in Aristotle's Theory of Modality*. Oxford, 1973; *Время, истина и познание у Аристотеля и других греческих философов* // Хинтикка Я. *Логико-эпистемологические исследования*. М., 1980.
- 2 О логике времени и ее истории см.: Ивин А.А. *Логические теории времени* // *Вопросы философии*. 1969. №3; Ивин А.А. *Логика времени* // *Неклассическая логика*. М., 1970; Ивин А.А. *Аксиоматические теории времени* // *Логика и эмпирическое познание*. М., 1972.
- 3 Łukasiewicz J. *Farewell Lecture by Professor Jan Łukasiewicz, Delivered in the Warsaw University Lecture Hall on March 7, 1918* // *Selected Works*. Warsaw, 1970. P. 86.
- 4 Łukasiewicz J. *On Three-valued Logic* // *Selected Works*. Warsaw, 1970. P. 88.
- 5 См.: Лукасевич Я. *Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики*. §62. *Философские выводы из модальной логики*. М.: Там же. С. 283-284.
- 6 См.: Там же. С. 17.
- 7 См.: Там же. С. 17.
- 8 См.: См.: Łoś J. *Podstawy analizy metodologicznej kanonyw Milla* // *Annales Universitatis Marie Curie-Sklodowska*. 1948. Sectio F. Vol. 2; Jaśkowski E. *On the Modal Causal Functions in Symbolic Logic* // *Studia philosophica*. 1951. T. 4; Burks A. *The Logic of Causal Propositions* // *Mind*. 1951. Vol. 60. №239; Montague R. *Logical Necessity, Physical Necessity, Ethics, and Quantifiers* // *Inquiry*. 1960. Vol. 3. №4; Fitch F. *A Logical Analysis of Some Value Concepts* // *Journal of Symbolic Logic*. 1963. Vol. 28. №2; Føllesdal D. *Quantification in Causal Context* // *Boston Studies in the Philosophy of Science*/ 1965; Зиновьев А.А. *Логическое и физическое следование* // *Проблемы логики научного познания*. М., 1964; Rescher N. *On the Logic of Chronological Propositions* // *Mind*. 1966. Vol. 75. №297; Slupecki J., Bryll G., Prucnal T. *Some Preliminary Remarks on Three-valued Logic of J. Łukasiewicz* // *Studia Logica*. 1967. T. 21.
- 9 Рассматриваемая далее логика детерминизма впервые была изложена в: Ивин А.А. *О логическом анализе принципов детерминизма* // *Вопросы философии*. 1969. №10. См. также: Ивин А.А. *Детерминизм и индетерминизм* // *Философский энциклопедический словарь*. М., 2001.
- 10 «Аргументы, всегда приводившиеся в защиту детерминизма, – говорит Лукасевич, – не устояли, на мой взгляд, под острием критики. Очевидно, что из этого не вытекает, будто детерминизм является ошибочным воззрением; ошибочность аргументов не означает еще ошибочности поддерживаемого ими тезиса. Единственное, что я хотел бы утверждать, опираясь на свою критику детерминизма, что он не является точкой зрения, обоснованной лучше, чем индетерминизм. В этих условиях у нас есть право, не опасаясь упрека в легкомыслии, высказаться за индетерминизм. Мы можем принять, что не все будущее является заранее предопределенным. Если существуют причинные

- цепи, начинающиеся только в будущем, то только некоторые факты, наиболее близкие к настоящему, какие-нибудь события *завтрашнего утра*, причинно предопределены уже сегодня. Чем дальше в будущее, тем меньше число фактов смог бы предвидеть на основе настоящего даже всезнающий разум: определенными являются только некие *рамки* наиболее общих фактов, а в этих рамках все большее место занимает *возможность*. Всемирная драма не является от века готовым фильмом; чем дальше от мест, освещенных сегодняшним днем, тем больше пробелов и (пустых) пятен содержится в фильме. И хорошо, что это так. Ибо мы можем верить, что являемся не только пассивными созерцателями драмы, а активными ее участниками. Из ожидающих нас возможностей мы в состоянии выбирать лучшие и избегать худших. Мы можем как-то сами формировать будущее мира в соответствии с нашими намерениями» (Lukasiewicz J. O determinismie. S. 126).
- 11 Рейхенбах Г. Направление времени. М., 1962. С. 14.
- 12 Там же. С. 21.
- 13 Findlay J.N. An Examination of Tenses // Contemporary British Philosophy. New York – London, 1956. P. 184.
- 14 Аристотель. Этика. К Никомаху. СПб, 1908. С. 109.
- 15 Łukasiewicz J. O determinismie. S. 116.
- 16 По Лукасевичу, оно было «возможным».
- 17 Именно так понимал, как кажется, Лукасевич существование во времени. Казуальная теория временного существования является переформулировкой рассматриваемого далее каузального определения истины.
- 18 Очевидно, что если настоящее не допускает исчерпывающего описания, такое описание не может быть дано также ни прошлому, следствием которого выступает настоящее, ни будущему, причиной которого оно является.
- 19 Наряду с понятием «полной или необходимой причины» существует также более слабое понятие «частичной причины». Для полной причины выполняется утверждение «если событие p причинно имплицирует событие q , то p в конъюнкции с любым событием r также причинно имплицирует q »; для частичной причины верно, что в случае всяких событий p и q существует такое событие r , что p и $не-r$ причинно имплицируют q и вместе с тем неверно, что p и r причинно имплицируют q . Это понятие частичной причины мы и имеем в виду, говоря об изменении причин будущих событий. Можно провести также различие между сильным и слабым смыслами слова «следствие». Под изменяемыми в настоящем следствиями прошлых событий мы понимаем то, что по аналогии с «частичными причинами» может быть названо «частичными следствиями». В целях упрощения мы предполагаем, что изменение всех событий, являющихся частичными причинами или частичными следствиями, находится в пределах способностей человека.
- 20 Heidegger M. Der europäische Nihilismus. Pfulingen, 1967. S. 90-91.
- 21 Коллингвуд Р.Дж. Идея истории. Автобиография. М., 1980. С. 105.
- 22 Ясперс К. Истоки истории и ее цель. Вып. 2. М., 1991. С. 193.
- 23 См. в этой связи: Ивин А.А. Философия истории. М., 2000. С. 414-417.
- 24 См.: Оруэлл Дж. 1984. М., 1992. «Что происходило в невидимом лабиринте, — пишет Оруэлл, — он в точности не знал, имел лишь общее представление. Когда все поправки к данному номеру газеты будут собраны и сверены, номер напечатает заново, старый экземпляр уничтожат и вместо него подожгут

исправленный. В этот процесс непрерывного изменения вовлечены не только газеты, но и книги, журналы, брошюры, плакаты, листовки, фильмы, фонограммы, карикатуры, фотографии — все виды литературы и документов, которые могли бы иметь политическое или идеологическое значение. Ежедневно и чуть ли не ежеминутно прошлое подгонялось под настоящее. Поэтому документами можно было подтвердить верность любого предсказания партии, ни единого известия, ни единого мнения, противоречащего нуждам дня, не существовало в записях. Историю, как старый пергамент, высказывали начисто и писали заново — столько раз, сколько нужно. И не было никакого способа доказать потом подделку» (Там же. С. 44-45).

В реальных тоталитарных государствах старые издания, плохо согласующиеся с настоящим, не переписывались, а чаще всего уничтожались или делались недоступными читателю. Их место занимали новые издания, в которых прошлое приводилось в соответствие со злобой дня.

Так, из всех учебников по истории России и книг по истории партии и истории Октябрьской революции, изданных в 30-40-е годы, исчез Троцкий, как если бы его вообще никогда не существовало. Военное руководство революцией теперь отводилось Сталину.

В 1935 г., когда маршал Г.К. Жуков впал в немилость у Сталина, пресса совершенно перестала писать о нем, и к третьей годовщине взятия Берлина газета «Правда» умудрилась описать сражение за Берлин, даже не упомянув его имя, — всю операцию, как теперь принято было считать, спланировал Сталин. Поскольку Сталина привыкли уже называть, «военным гением», со страниц газет исчезли имена и других знаменитых военачальников времен войны. Сталин не намеревался делиться с кем-нибудь военной славой, поэтому историю недавней войны следовало переписать заново. В дальнейшем эта история переписывалась так, чтобы оказался существенным тот вклад в победу, который внес в ходе войны новый генеральный секретарь Хрущев; позднее Хрущев исчез из истории войны, но оказалось, что заметную роль в ней сыграл занявший его пост Брежнев.

В 1935 г., сразу после поджога Рейхстага, Геббельс объединил в одну широко-масштабную организацию прессу, радио, кино театр и пропаганду. В отведенном под новое министерство здании, пишет Геббельс в своем дневнике, он «быстренько взял несколько строителей из СА и велел за ночь сбить весь гипс и деревянную отделку, древние газеты и акты, которые хранились в шкафах с незапамятных времен, были с грохотом выброшены на лестницу. Когда достойные господа — я их выгоню в ближайшие дни — явились на следующее утро они были совершенно потрясены. Один всплеснул руками над головой и пробормотал с ужасом «Господин министр, знаете ли, ведь Вы можете за это попасть в тюрьму?» Извини, подвинься мой дорогой старичок! И если ты до сих пор об этом не слышал, то позволь тебе, сообщить, что в Германии революция и эта революция не пощадит ваши акты» (Цит. по: Ржевская Е. Геббельс. М., 1994. С. 145).

Эти действия были реализацией программы, намеченной Гитлером в «Майн кампф»: «В науке народное государство должно видеть вспомогательное средство для развития национальной гордости. Не только мировая история, но и вся культурная история должна изучаться с этой точки зрения» (Там же. С. 179).

- 25 Ранее эта проблема обсуждалась нами в работах: Ивин А.А. Истина и время // Логика и физика. Свердловск, 1976; Iwin A.A. Wahrheit und Zeit // Logik und empirische Wissenschaften. Berlin, 1977; Ивин А.А. Каузальное определение истины // Философские науки. 1978. №4.
- 26 Łukasiewicz J. O determinismie. S. 126. В другом месте этого выступления Лукасевич говорит: «То, что в настоящий момент истинно, что завтра в полдень Ян будет дома, означает, что сейчас имеется факт, являющийся *причиной* завтрашнего пребывания Яна дома, и в этой причине содержится будущее ее следствие, так, как заключение содержится в посылках. Существующая и момент *t* причина будущего факта, утверждаемого высказыванием «*p*», является *реальным эквивалентом* высказывания: «истинно в момент *t*, что *p*» (Ibid. S. 122). В этом рассуждении содержится ясное каузальное определение временного понятия истины.
- 27 См.: Scholz H. Zaryz historii logiki. Warszawa, 1965. S. 91.
- 28 См.: Карпенко А.С. Фатализм и случайность будущего: логический анализ. М., 1990. С. 179.
- 29 Аристотель. Метафизика. IV, 7, 1011b25.
- 30 Аристотель. Об истолковании. СПб, 1891. §9.
- 31 Там же. 9, 19a23.
- 32 См., например: Cicero. De fato. 10, 21.
- 33 Schlick M. Die Kausalitat in der gegenwartigen Physik // Die Naturwissenschaften. 1931. Bd. 19. N. 7. S. 159 (англ. перевод: Causality in Contemporary Physics (II) // The British Journal for the Philosophy of Science. 1961. Vol. 12. №48).
- 34 Бунге М. Причинность. Место принципа причинности в современной науке. М., 1962. С. 278.
- 35 Там же. С. 279.
- 36 См.: Łukasiewicz J. Analiza i konstrukcja pojęcia przyczyny // Z zagadnień logiki i filozofii. Warszawa, 1961.
- 37 См. в этой связи: Ивин А.А. Онтологическая необходимость и каузальная импликация. М., 1974.
- 38 Łukasiewicz J. O determinismie. S. 119.
- 39 Вместо теории строгой импликации в качестве теории логического следования может использоваться релевантная логики или любая иная теория логического следования, не содержащая парадоксов материальной импликации.
- 40 О двух системах категорий, составляющих категориальную структуру мышления см.: Ивин А.А. Два альтернативных видения мира // X Всесоюзная конференция по логике, методологии и философии науки. Минск, 1990; Ивин А.А. Категории // Философский энциклопедический словарь. М., 2001; Ивин А.А. Абсолютные категории и сравнительные категории // Там же.
- 41 См.: Хайдеггер М. Прологомены к истории понятия времени. Томск, 1998. Гл. II-III; Хайдеггер М. Бытие и время. М., 1997. Гл. 4-5.
- 42 О смене представлений о времени выразительно говорит, в частности, сопоставление позиций Гегеля и Бергсона. Тезис Гегеля: пространство есть время; Бергсон проводит различие между физическим временем (temps) и длительностью (durée) и говорит: temps, но не durée, есть пространство. Гегель под «временем» имеет в виду В-время, и «отождествляет» его с В-пространством; Бергсон, подразумевающий под temps что-то близкое В-времени, а под durée – А-времени, утверждает, что только В-время есть В-пространство, но

не А-время. Хайдеггер отмечает, что «бергсоновское восприятие времени... очевидным образом возникло из интерпретации *аристотелевского* трактата о времени» (имеется в виду «Физика» Аристотеля) (Хайдеггер М. Бытие и время. С. 432-433). Вместе с тем Хайдеггер неправ, утверждая, что с тезисом Гегеля «совпадает по результату, при всем различии обоснования» концепция Бергсона (Там же. С. 432).

⁴³ О философии Львовско-Варшавской школы см.: Skolimowski H. Polish Analytical Philosophy. London, 1967; The Lvov-Warsaw School and the Vienna Circle. Dordrecht, 1988; Woleński J. Logic and Philosophy in the Lvov-Warsaw School. Dordrecht, 1989; Polish Scientific Philosophy. Amsterdam, 1993.

Оглавление

Предисловие	3
ГЛАВА 1. ТРЕХЗНАЧНАЯ МОДАЛЬНАЯ ЛОГИКА	8
1.1. Две задачи построения модальной логики	8
2.1. Требования к модальной логике	10
3.1. Многозначный характер модальной логики	11
4.1. Модальности в трехзначной логике	13
5.1. Аксиоматизация трехзначной логики	14
6.1. «Интуитивная интерпретация» Е. Слупецкого	17
7.1. Модальная логика и многозначная логика	20
8.1. Содержательные предпосылки модальной логики	23
Примечания	31
ГЛАВА 2. Ł-МОДАЛЬНАЯ ЛОГИКА	33
1.2. Пересмотр позиции	33
2.2. Основная модальная логика	34
3.2. Минимальная модальная логика	36
4.2. Аксиоматизация Ł-модальной логики	54
5.2. Три новые аксиоматизации Ł-модальной логики	58
6.2. Определения модальных функторов в терминах материальной импликации и констант	63
7.2. Ł-модальная логика и классическая логика высказываний	66
8.2. Система Ł и интуиционистская логика высказываний	68
9.2. Ł-модальная логика как теория переменных функторов	70
10.2. Ł-модальная логика и модальные системы К. Льюиса	74
11.2. Законы экстенциональности и двузначности в Ł-модальной логике	78
12.2. Система Ł и аподиктические истины	83
13.2. Ł-модальная логика как логика прогностических высказываний	91
14.2. Парадоксы Ł-модальной логики	93
15.2. Модальная логика и Аристотель	101
16.2. Особенности подхода Лукасевича к построению модальной логики	109
ГЛАВА 3. ДЕТЕРМИНИЗМ, ИСТИНА, ПРИЧИННОСТЬ	118
1.3. Лукасевич о детерминизме	118
2.3. О логическом анализе принципов детерминизма	122
3.3. Логика детерминизма	128
4.3. Принципы детерминизма	130
Примечания	113

5.3. Проблема асимметрии прошлого и будущего	134
6.3. Каузальное определение истины	143
7.3. Логика каузальной истины	145
8.3. Детерминизм и причинность	149
9.3. Логический детерминизм	152
10.3. Логика причинности	158
11.3. Бытие и становление	165
Примечания	170

Научное издание

Ивин Александр Архипович

МОДАЛЬНЫЕ ТЕОРИИ ЯНА ЛУКАСЕВИЧА

*Утверждено к печати Ученым советом
Института философии РАН*

В авторской редакции

Художник: *В.К.Кузнецов*

Технический редактор: *Ю.А.Аношина*

Корректурa автора

Лицензия ЛР № 020831 от 12.10.98 г.

Подписано в печать с оригинал-макета 22.05.2001.

Формат 60x84 1/16. Печать офсетная. Гарнитура Таймс.

Усл.печ.л. 11,00. Уч.-изд.л. 9,51. Тираж 500 экз. Заказ № 017.

Оригинал-макет изготовлен в Институте философии РАН

Компьютерный набор: *Ю.А.Аношина*

Компьютерная верстка: *Ю.А.Аношина*

Отпечатано в ЦОП Института философии РАН

119842, Москва, Волхонка, 14